

丸棒のねじり

Torsion of the Circle Stick

R02/2023/05, Abaqus6.13-1, Analysis Level:★

提供されるデータ：ソルバーの入力ファイル

軸のねじり問題の最も簡単な例として丸棒のねじり問題を取り上げる。丸棒の場合、ねじりによるせん断応力は横断面の円周方向に発生し、純せん断の問題となる。ここでは、はり要素とソリッド要素による解析を行い理論解と比較検証する。ソリッド要素の場合、端面におけるねじり（トルク）の負荷、および円周方向に沿った応力の出力方法の定義がポイントである。

理論解 中原, 実践材料力学, p.125~131 参照⁽¹⁾。

Fig.1 に示すような丸棒にねじりを加えたとき、棒に生ずる最大せん断応力を求める。諸元は以下の通りである。

棒の長さ $l = 50$ [mm] 直径 $d = 8$ [mm]
 横弾性係数 $G = 8.2 \times 10^4$ [MPa]
 ねじりモーメント $T = 1.0$ [Nmm]

材料力学による解は以下の通りである。

1. 丸棒をねじったとき、相対的回転角を $d\phi$ 、断面間の距離を dx とすると、表面のせん断ひずみ γ_0 は、

$$\gamma_0 = \frac{bb'}{ab} = \frac{d}{2} \cdot \frac{d\phi}{dx} = \frac{d}{2} \omega \quad \dots (1)$$

2. 断面周辺に生ずるせん断応力 τ_0 は

$$\tau_0 = G\gamma_0 \quad \dots (2)$$

3. せん断応力 τ は円周方向に作用し、ねじりモーメント T とつり合いの関係になるので

$$T = \int_0^{d/2} r(2\pi r \cdot dr) \tau = \frac{\pi d^4}{32} G \omega \quad \therefore \omega = \frac{32}{\pi d^4} \cdot \frac{T}{G} \quad \dots (3)$$

4. 表面の最大せん断応力 $\tau_{\max}$ を求めると

$$\tau_{\max} = \tau_0 = G \cdot \frac{d}{2} \omega = \frac{16}{\pi d^3} T = \frac{16}{\pi \times 8^3} \times 1.0 = 9.95 \times 10^3 \text{ [MPa]} \quad \dots (4)$$

5. また、ねじれ角 θ は

$$\theta = \omega l = \frac{32}{\pi \cdot 8^4} \cdot \frac{1}{8.2 \times 10^4} \cdot 50 = 1.52 \times 10^{-6} \text{ [rad]} \quad \dots (5)$$

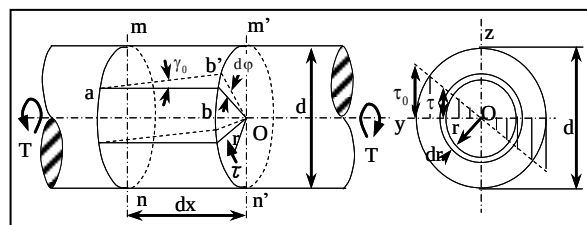


Fig.1 丸棒のねじり

解析条件

Fig.2, 3 に解析モデルを示す。

- 要素：CASE-1 三次元はり要素 B31
 CASE-2 三次元ソリッド要素 C3D8I
- 材料定数：ヤング率 $E = 2.132 \times 10^5$ [MPa]
 ポアソン比 $\nu = 0.3$
- ねじりモーメント： $T = 1.0$ [Nmm]

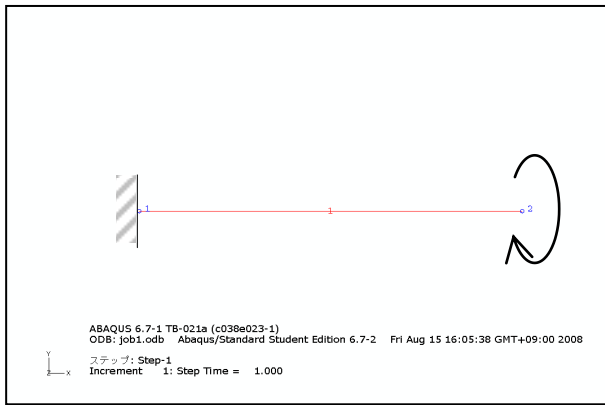


Fig.2 解析モデル
CASE-1 はり要素

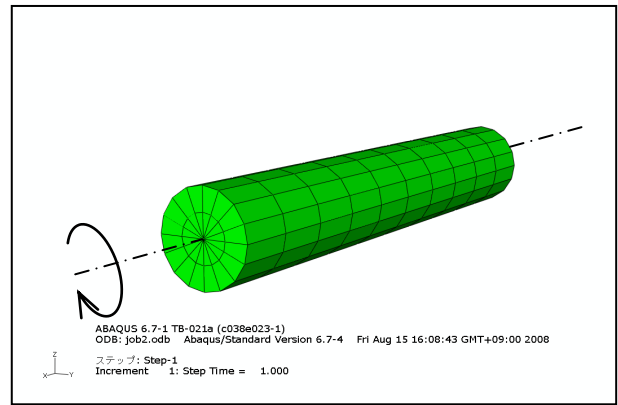


Fig.3 解析モデル
CASE-2 ソリッド要素

解析結果

Fig.4～7にAbaqusの解析結果を示す。また得られた結果をまとめてTable.1に示す。
はり要素, ソリッド要素 共に理論解とほぼ一致する解析結果が得られた。

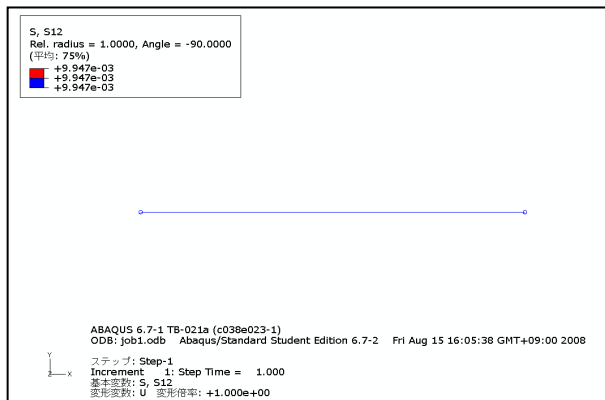


Fig.4 最大せん断応力
CASE-1 はり要素

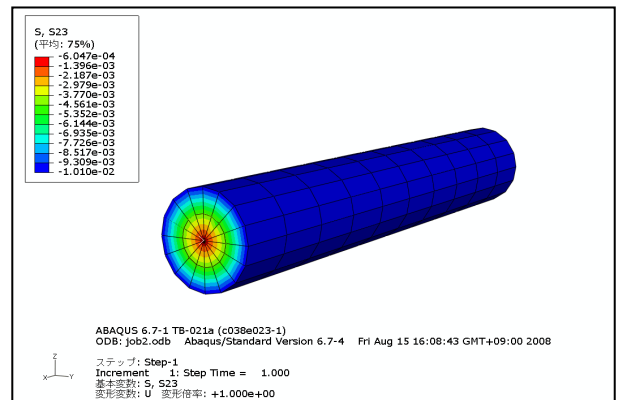


Fig.5 最大せん断応力
CASE-2 ソリッド要素

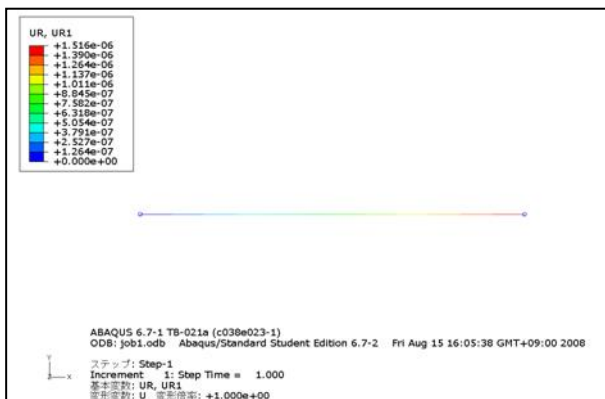


Fig.6 ねじれ角
CASE-1 はり要素

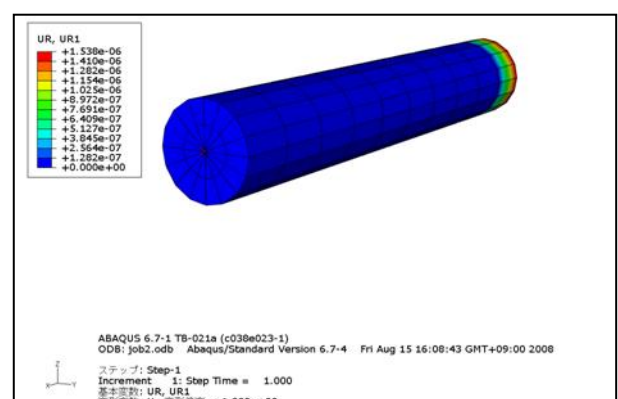


Fig.7 ねじれ角
CASE-2 ソリッド要素

Table.1 理論解と解析結果の比較

		理論解	FEM 解	
			CASE-1	CASE-2
最大せん断応力	[MPa]	9.95×10^{-3}	9.95×10^{-3}	1.01×10^{-2}
最大ねじれ角	[rad]	1.52×10^{-6}	1.52×10^{-6}	1.54×10^{-6}

参考文献

(1) 中原, 実践材料力学, 養賢堂, 2002.

※ Abaqus は Dassault Systemes Simulia Corp.殿の製品です.

株式会社 メカニカルデザイン

〒182-0024 東京都調布市布田 1-40-2 アクシス調布 2 階

TEL 042-482-1539 FAX 042-482-5106

E-mail : comm@mech-da.co.jp <https://www.mech-da.co.jp>

Mechanical Design & Analysis Corporation