

等分布荷重を受ける両端固定はり

Cantilever Beam with a uniform distributed load

R02/2023/05, Abaqus6.13-1, Analysis Level:★

提供されるデータ：ソルバーの入力ファイル

現代の実用的な構造物は、強度の確保と軽量化という相反する条件を満たすために、板材や棒状の部材からなる組立構造物として設計されることが大半である。このような構造物に外力が加わると、外力の種類や方向性、また構成部材の形状と剛性に依じて、様々な変形の様態がありえる。強度評価の観点からは、その変形の様態に応じて部材を分類し、それぞれに見合った計算を行うのが合理的である。

例えば、細長い棒状の部材に外力が加わるとき、棒の軸に垂直に作用する荷重を横荷重、また棒に軸方向に作用する荷重を軸荷重と呼ぶ。横荷重を受ける棒を特にはりと呼び、材料力学の基本となる概念である。

ここでは、等分布荷重を受ける両端固定はりについて理論解と FEM 解析の結果を比較検証する。

等分布荷重を受ける両端固定はり・理論解 中原, 実践材料力学, p.85 例題 3 参照⁽¹⁾

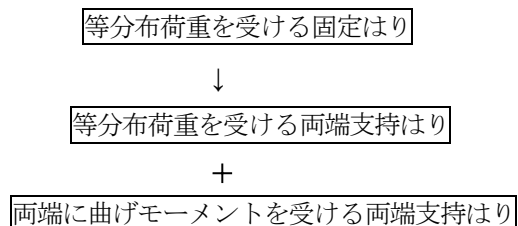
Fig.1 に示すような両端を固定されたはりに等分布荷重を加える。このときはりに発生する ①曲げモーメント、②たわみを求める。諸元は以下の通りである。

はりの長さ $l = 1000$ [mm] 断面 $A = 10$ [mm] $\times$ 10 [mm]
ヤング率 $E = 200$ [GPa] 等分布荷重 $q = 0.2$ [N/mm]

なお、断面二次モーメントは $I_0 = 833.3$ [mm⁴] とする。

両端の固定条件に関する考え方は以下の通りである。

1. 等分布荷重を受ける固定はりを、Fig.2 に示すような等分布荷重を受ける両端支持はりと両端に曲げモーメントを受ける両端支持はりの組み合わせとして考える。すなわち、



2. 等分布荷重を受ける両端支持はりの左端のたわみ角は、

$$\theta_0' = \frac{ql^3}{24EI} \quad \dots (1)$$

3. 両端に曲げモーメントを受ける両端支持はりの左端のたわみ角は、

$$\theta_0'' = \frac{M_0 l}{2EI} \quad \dots (2)$$

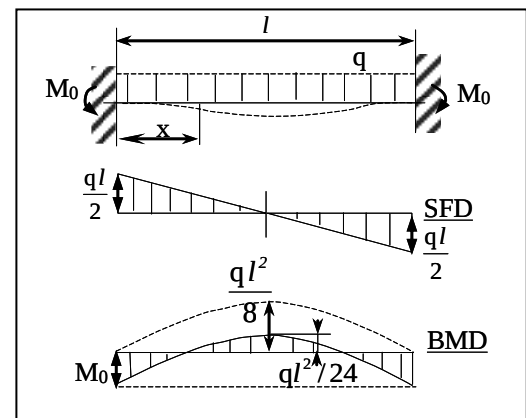


Fig.1 等分布荷重を受ける両端固定はり

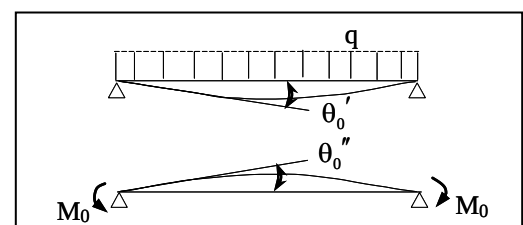


Fig.2 等分布荷重を受ける両端支持はりと、
両端に曲げモーメントを受ける
両端支持はり

4. 両端のたわみ角は 零 であるから,

$$\theta'_0 = \theta''_0 \therefore M_0 = \frac{ql^2}{12} \quad \dots (3)$$

5. これらを組み合わせ、①はりの中央における曲げモーメントを求める.

$$M_{x=l/2} = -M_0 + \frac{ql^2}{8} = -\frac{ql^2}{12} + \frac{ql^2}{8} = \frac{ql^2}{24} = \frac{0.2 \times 1000^2}{24} = 8.3 \times 10^3 \text{ [Nmm]} \quad \dots (4)$$

6. ②はりの中央におけるたわみを求める.

$$w_{x=l/2} = \frac{-M_0 l^2}{8EI} + \frac{5ql^4}{384EI} = \frac{ql^4}{384EI} = \frac{0.2 \times 1000^4}{384 \times 2 \times 10^5 \times 833.3} = 3.1 \text{ [mm]} \quad \dots (5)$$

解析条件

Fig.3 に解析モデルを示す.

■ 要素 : 平面はり要素 B21

■ 材料定数 : ヤング率 $E = 2.0 \times 10^5 \text{ [MPa]}$
ポアソン比 $\nu = 0$

■ 荷重 : 等分布荷重 $q = 0.2 \text{ [N/mm]}$

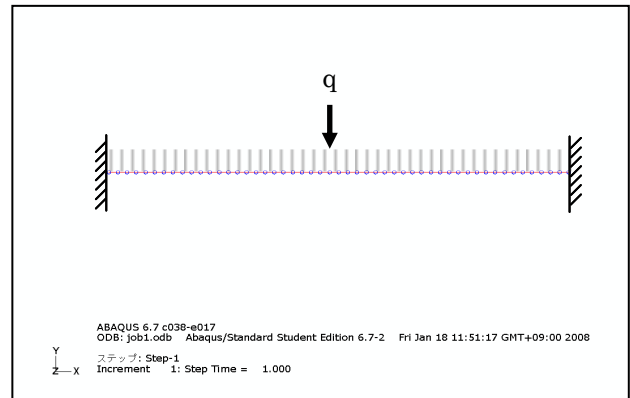


Fig.3 解析モデル

解析結果

Fig.4～Fig.7 に Abaqus による解析結果を示す. また得られた結果をまとめて Table.1 に示す. 理論解に一致する解析結果が得られた.

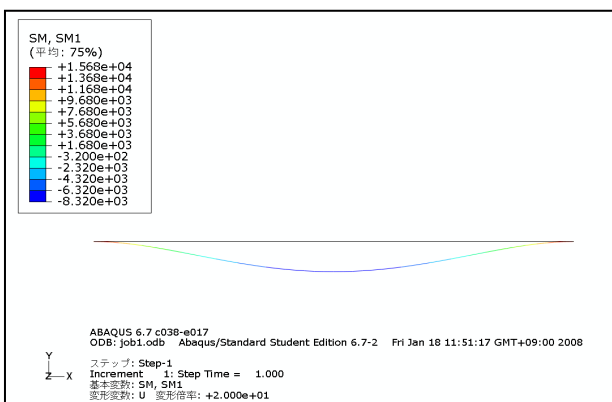


Fig.4 変形図 (曲げモーメント M)

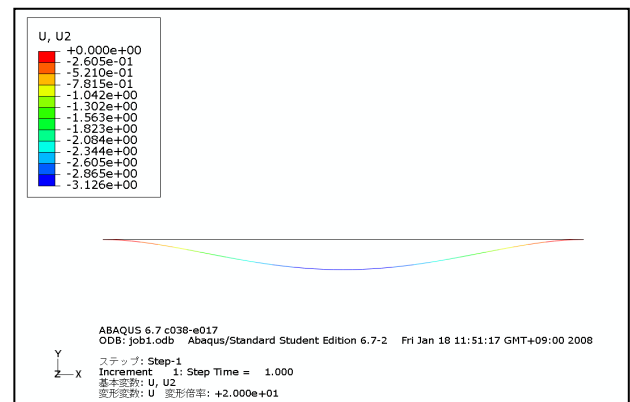


Fig.5 変形図 (たわみ w)

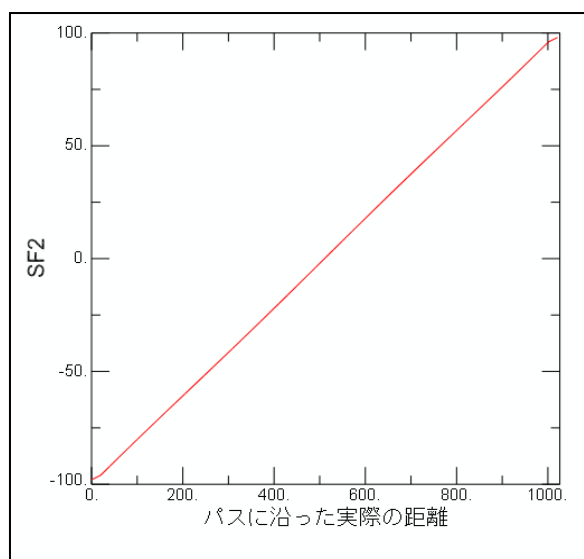


Fig.6 せん断力図(SFD)

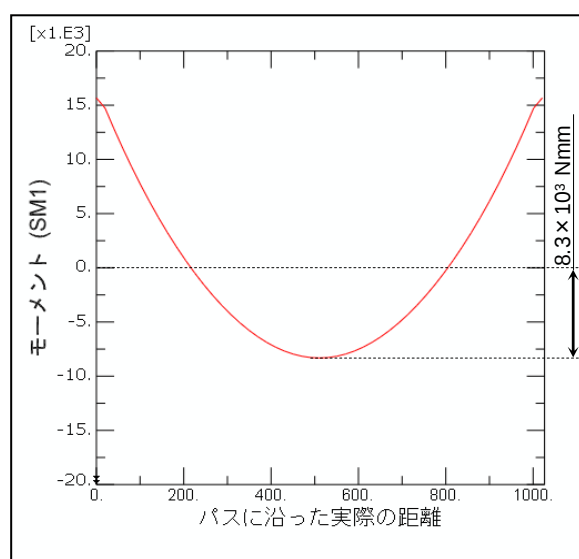


Fig.7 曲げモーメント図(BMD)

Table.1 理論解と解析結果の比較
(曲げモーメントとたわみ)

		理論解	FEM 解
曲げモーメント	[Nmm]	8.3×10^3	8.3×10^3
たわみ	[mm]	3.1	3.1

参考文献

- (1) 中原, 実践材料力学, 養賢堂, 2002.

※ Abaqus は Dassault Systemes Simulia Corp.殿の製品です.

株式会社 メカニカルデザイン

〒182-0024 東京都調布市布田 1-40-2 アクシス調布 2 階

TEL 042-482-1539 FAX 042-482-5106

E-mail : comm@mech-da.co.jp <https://www.mech-da.co.jp>