



不静定トラス

Statically Indeterminate Truss

R02/2023/05, Abaqus6.13-1, Analysis Level:★

提供されるデータ：ソルバーの入力ファイル

物体内の任意の面に生ずる応力と、外力のつり合いから、応力をただちに求められる問題を静定問題と呼ぶ。これに対して、力のつり合いのみによっては応力が定まらない問題を不静定問題と呼ぶ。ここでは不静定問題の簡単な例として、3本のトラスからなる構造を取り上げ、理論解と FEM 解析の結果を比較検証する。

理論解 中原, 実践材料力学, p.27 例題7 参照⁽¹⁾。

Fig.1 に示すような3本のトラスからなる構造が引張り荷重を受けるとき、発生する応力と変位を求める。諸元は以下の通りである。

棒 AC = 棒 BC = 5000 [mm] 棒 DC = 4000 [mm] AD = BD = 3000 [mm]
 棒の直径 $d = 5$ [mm] 棒のヤング率 $E = 200$ [GPa] 荷重 $P = 1000$ [N]

材料力学による解は以下の通りである。

1. 各棒に作用する引張力を Q_1 , Q_2 , Q_3 とする。このとき垂直方向の力の釣り合いは次式となる。

$$P = 2Q_1 \cos \theta + Q_2 \quad \dots (1)$$

2. 棒に生ずる伸びを 棒 AC, DC, BC それぞれ λ_1 , λ_2 , λ_1 とすると

$$\lambda_2 = \delta \quad \dots (2)$$

3. 各棒の伸びが微小であるとするならば、次の関係が成り立つ。

$$\begin{aligned} \angle C C' C'' &= \theta \\ \lambda_1 &\doteq C' C'' = \delta \cos \theta = \lambda_2 \cos \theta \quad \dots (3) \end{aligned}$$

4. 各棒の伸びは次の通りである。

$$\lambda_1 = \frac{Q_1}{AE} \cdot \frac{l}{\cos \theta}, \quad \lambda_2 = \frac{Q_2 l}{AE} \quad \dots (4)$$

5. そこで、(3) 式に (4) 式を代入すれば

$$Q_1 = Q_2 \cos^2 \theta \quad \dots (5)$$

6. (1) 式、(5) 式より、引張力 Q_1 , Q_2 が決まり、

$$Q_1 = \frac{P \cos^2 \theta}{1 + 2 \cos^3 \theta} \quad Q_2 = \frac{P}{1 + 2 \cos^3 \theta} \quad \dots (6)$$

7. したがって、それぞれの棒に生じる応力は、

$$\text{棒 AC, BC} \quad \sigma_1 = \frac{P}{A} \left(\frac{\cos^2 \theta}{1 + 2 \cos^3 \theta} \right) = \frac{1000}{5^2 \pi / 4} \times \left(\frac{(4/5)^2}{1 + 2 \times (4/5)^3} \right) = 16.11 \text{ [MPa]} \quad \dots (7)$$

$$\text{棒 DC} \quad \sigma_2 = \frac{P}{A} \left(\frac{1}{1 + 2 \cos^3 \theta} \right) = \frac{1000}{5^2 \pi / 4} \times \left(\frac{1}{1 + 2 \times (4/5)^3} \right) = 25.17 \text{ [MPa]} \quad \dots (8)$$

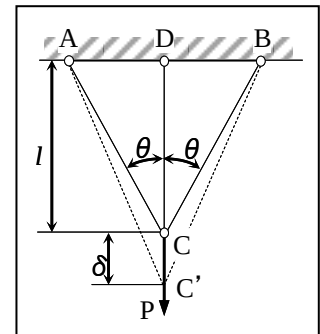


Fig.1 3本のトラスからなる構造

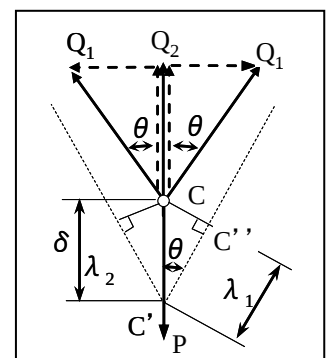


Fig.2 各棒の伸び

8.一方, C 点の変位 δ は次のようになる.

$$\delta = \lambda_2 = \frac{Pl}{AE(1+2\cos^3\theta)} = \frac{1000 \times 4000}{19.63 \times 200 \times 10^3 \times \{1+2 \times (4/5)^3\}} = 0.50 \text{ [mm]} \quad \dots (9)$$

解析条件

Fig.3 に解析モデルを示す.

- 要素 : 二次元トラス要素 T2D2
- 材料定数 : ヤング率 $E = 2.0 \times 10^5 \text{ [MPa]}$
ポアソン比 $\nu = 0$
- 荷重 : 集中荷重 $P = 1000 \text{ [N]}$

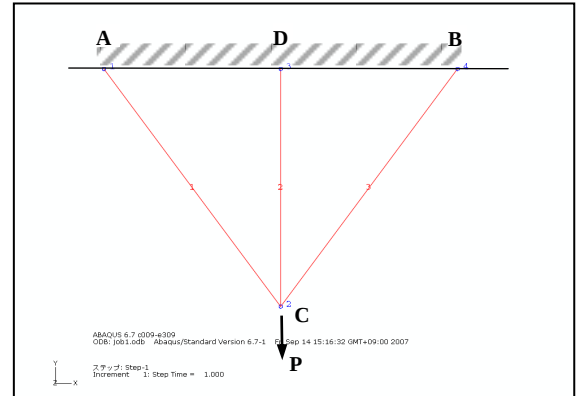


Fig.3 解析モデル

解析結果

Fig.5, 6 に Abaqus の解析結果を示す. また得られた結果をまとめて Table.1 に示す. 理論解に一致する解析結果が得られた.

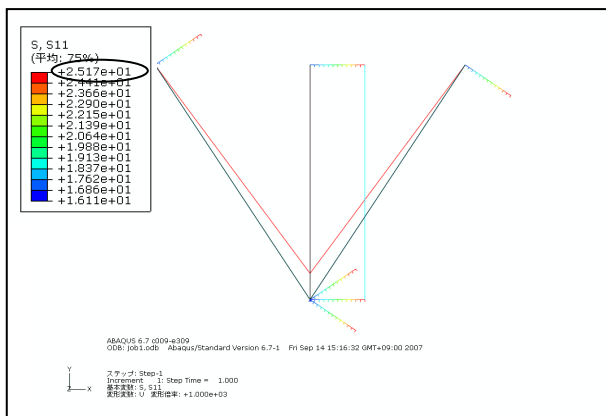


Fig.4 応力 σ

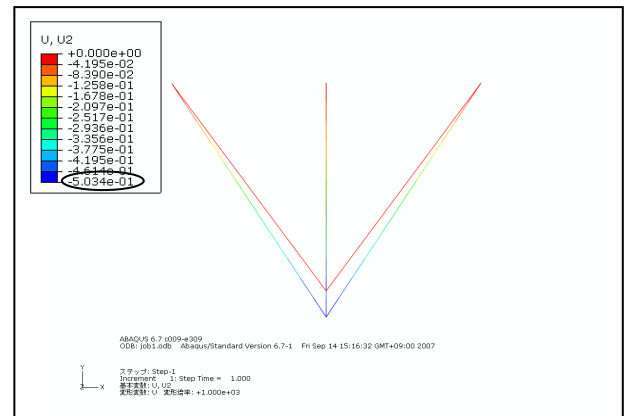


Fig.5 変位 δ

Table.1 理論解と解析結果の比較

	理論解	FEM解
棒AC,BC の応力 [MPa]	16.11	16.11
棒 DC の応力 [MPa]	25.17	25.17
C 点の変位 [mm]	0.50	0.50

参考文献

(1) 中原, 実践材料力学, 養賢堂, 2002.

※ Abaqus は Dassault Systemes Simulia Corp.殿の製品です.

株式会社 メカニカルデザイン

〒182-0024 東京都調布市布田 1-40-2 アクシス調布 2 階

TEL 042-482-1539 FAX 042-482-5106

E-mail : comm@mech-da.co.jp <https://www.mech-da.co.jp>

Mechanical Design & Analysis Corporation