

回転する棒

Rotating Bar

R02/2023/05, Abaqus6.13-1, Analysis Level:★

提供されるデータ：ソルバーの入力ファイル

機械的な荷重には、物体の表面に作用する荷重以外に、体積的に作用する荷重がある。ここでは体積力の一種である遠心力を取り上げ、FEM 解析と理論解を比較検証する。

理論解 中原, 実践材料力学, p.23 例題 5 参照⁽¹⁾。

Fig.1 に示すように横断面積 A の棒が垂直軸 XX の周りに回転するとき、応力と伸びを求める。諸元は以下の通りである。

長さ $l = 3,000$ [mm] 断面積 A は任意 (応力と伸びには関与しない)

回転数 $n = 420$ [r.p.m]

ヤング率 $E = 7.0 \times 10^4$ [MPa] 比重量 $\gamma = 27.9 \times 10^{-6}$ [N/mm³]

材料力学による解は以下の通りである。

1. 微小区間 dx に作用する遠心力 F

$$F = \left(\frac{\gamma A \cdot dx}{g} \right) \cdot (l - x) \omega^2 \quad \dots (1)$$

2. 回転角速度 ω

$$\omega = \frac{2\pi n}{t} = \frac{2\pi \times 420}{60} = 14\pi \quad [\text{rad/sec}] \quad \dots (2)$$

3. 断面 mm に作用する引張荷重 P

$$P = \frac{A \gamma \omega^2}{g} \int_0^x (l - x) dx = \frac{A \gamma \omega^2}{g} \left(lx - \frac{x^2}{2} \right) \quad \dots (3)$$

4. これより断面 mm に生ずる応力 σ

$$\sigma = \frac{P}{A} = \frac{\gamma \omega^2}{g} \left(lx - \frac{x^2}{2} \right) \quad \dots (4)$$

5. 最大応力は $x=l$ のときに中心で生じるため、

$$\begin{aligned} \sigma_{\max} = \sigma_{x=l} &= \frac{\gamma \omega^2}{2g} l^2 = \frac{27.9 \times 10^{-6} \times (14\pi)^2}{2 \times 9800} \times 3000^2 \\ &= 24.78 \quad [\text{MPa}] \quad \dots (5) \end{aligned}$$

6. 一方、ひずみは次式の通りである。

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{\gamma \omega^2}{g E} \left(lx - \frac{x^2}{2} \right) \quad \dots (6)$$

7. 微小区間 dx における棒の伸びは εdx である。ゆえに 長さ l での棒の伸びは

$$\begin{aligned} \lambda &= \int_0^l \varepsilon dx = \frac{\gamma \omega^2 l^3}{3 E g} \\ &= \frac{27.9 \times 10^{-6} \times (14\pi)^2 \times 3000^3}{3 \times 7 \times 10^4 \times 9800} \\ &= 0.71 \quad [\text{mm}] \quad \dots (7) \end{aligned}$$

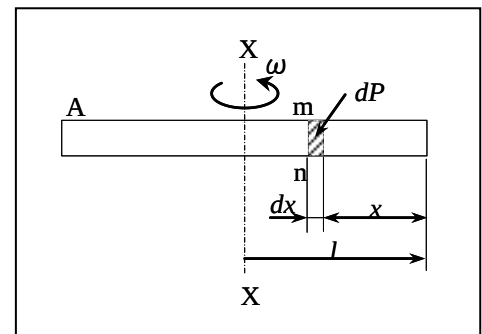


Fig.1 回転する棒

解析条件

Fig.2 に解析モデルを示す。

- 要素 : 平面応力要素 CPS4
- 材料定数 : ヤング率 $E = 7.0 \times 10^4 [\text{MPa}]$
ポアソン比 $\nu = 0$
質量密度 $\rho = \gamma / g$
 $= 2.85 \times 10^{-9} [\text{ton/mm}^3]$

*SI 単位系において、力に N、長さ to mm を採用した場合、質量密度の入力にはこの単位を使用する。

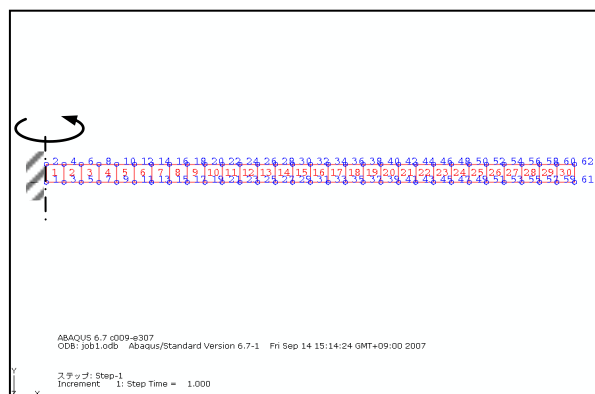


Fig.2 解析モデル

なお汎用 FEM では、回転軸と回転数を与えることによって、遠心力を体積力の形でモデルに組み込むための機能が用意されている。

解析結果

Fig.3, 4 に Abaqus による解析結果を示す。また得られた結果をまとめて Table.1 に示す。理論解に一致する解析結果が得られた。

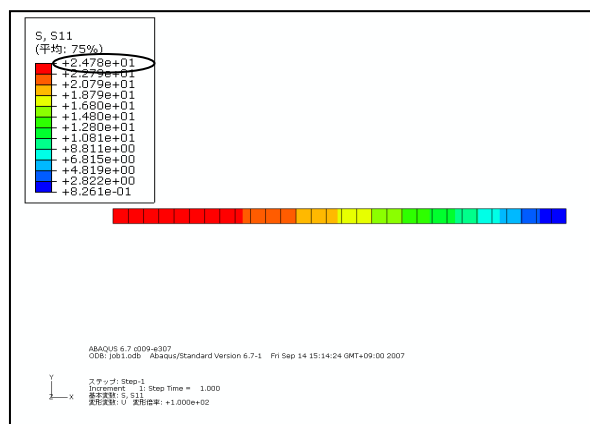


Fig.3 応力 σ

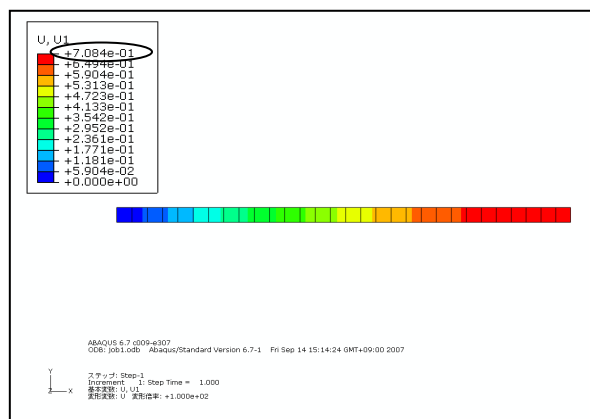


Fig.4 変位 δ

Table.1 理論解と解析結果の比較

		理論解	FEM解
棒の応力	[MPa]	24.78	24.78
変位	[mm]	0.71	0.71

参考文献

- (1) 中原, 実践材料力学, 養賢堂, 2002.

※ Abaqus は Dassault Systemes Simulia Corp.殿の製品です。

株式会社 メカニカルデザイン

〒182-0024 東京都調布市布田 1-40-2 アクシス調布 2 階

TEL 042-482-1539 FAX 042-482-5106

E-mail : comm@mech-da.co.jp <https://www.mech-da.co.jp>