



台形板の引張り

Tension of Plate with linearly changed width

R02/2023/05, Abaqus6.13-1, Analysis Level:★

提供されるデータ：ソルバーの入力ファイル

基礎的な材料力学の例題では、形状や境界条件に簡単な仮定を設けているため、FEM で解析すると厳密に一致させることが難しい場合がある。ここではその例として、幅が一次的に変化する板（台形板）を解析し、理論解と比較する。

理論解 中原，実践材料力学，p.15，例題2 参照⁽¹⁾。

Fig.1 に示すような引張荷重を受ける台形板の全長の伸びを求める。板の諸元は以下の通りである。

CASE-1

厚さ $h = 6$ [mm] 幅 $b_1 = 50$ [mm], $b_2 = 80$ [mm]
長さ $l = 300$ [mm] 引張荷重 $P = 50$ [kN]

CASE-2

諸元のうち、幅 b_2 を 160 [mm] に変更

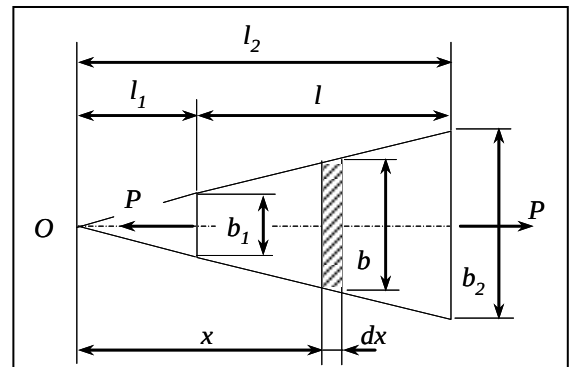


Fig.1 引張荷重を受ける台形板

材料力学による解は以下の通りである。

1. 微小長さ dx の棒に着目し、それに生ずる応力、ひずみ、伸び $d\lambda$ から全長の伸び λ を求める。

$$b = b_2 \frac{x}{l_2}, \quad A = bh = \frac{hb_2}{l_2} x \quad \dots (1)$$

2. 微小長さ dx の棒における応力、ひずみ、伸びは以下の式となる。

$$\sigma = \frac{P}{A} = \frac{Pl_2}{hb_2} \cdot \frac{1}{x}, \quad \varepsilon = \frac{\sigma}{E}, \quad d\lambda = \varepsilon dx = \frac{Pl_2}{Ehb_2} \cdot \frac{dx}{x} \quad \dots (2)$$

3. ゆえに、全長の伸び λ を求めると、

$$\lambda = \int_0^{\lambda} d\lambda = \frac{Pl_2}{Ehb_2} \log \frac{l_2}{l_1} = \frac{Pl}{Eh(b_2 - b_1)} \log \frac{b_2}{b_1} \quad \dots (3)$$

$$\text{CASE-1} \quad \frac{50000 \times 300}{2.1 \times 10^5 \times 6(80 - 50)} \log \frac{80}{50} = 0.19 \text{ [mm]} \quad \dots (4)$$

$$\text{CASE-2} \quad \frac{50000 \times 300}{2.1 \times 10^5 \times 6(160 - 50)} \log \frac{160}{50} = 0.13 \text{ [mm]} \quad \dots (5)$$

解析条件

Fig.2 に解析モデルを示す。

- 要素 : 平面応力要素 CPS4
- 材料定数 : ヤング率 $E = 2.1 \times 10^5$ [MPa]
ポアソン比 $\nu = 0.3$

なお、メッシュ分割を代えて、あわせて以下 4 ケースを解析した。

CASE-1a : 1 分割 CASE-1b : 40 分割

CASE-2a : 1 分割 CASE-2b : 40 分割

解析結果

Fig.3～Fig.4 に Abaqus による解析結果を示す。また得られた結果をまとめて Table.1 に示す。

CASE-1 は左右の板幅の差が小さい。そのため、微小長さの棒の変位の累積によって全体の伸びを求める仮定によって得られた理論解との整合性は良い。FEM の結果が理論解をわずかに下回るのは、理論解では考慮されていないポアソン比の効果によって、固定端の幅方向の拘束が引張方向の変位を抑制するためと考えられる。

一方、CASE-2 は左右の板幅の差が大きいため、板幅のなかで荷重の伝達が様となる。そのため荷重を負担しない遊ぶ部分が出て、変位は理論解を下回る。CASE-2a と 2b の比較からわかるように、この効果はメッシュ分割を細かくすることで表現される。

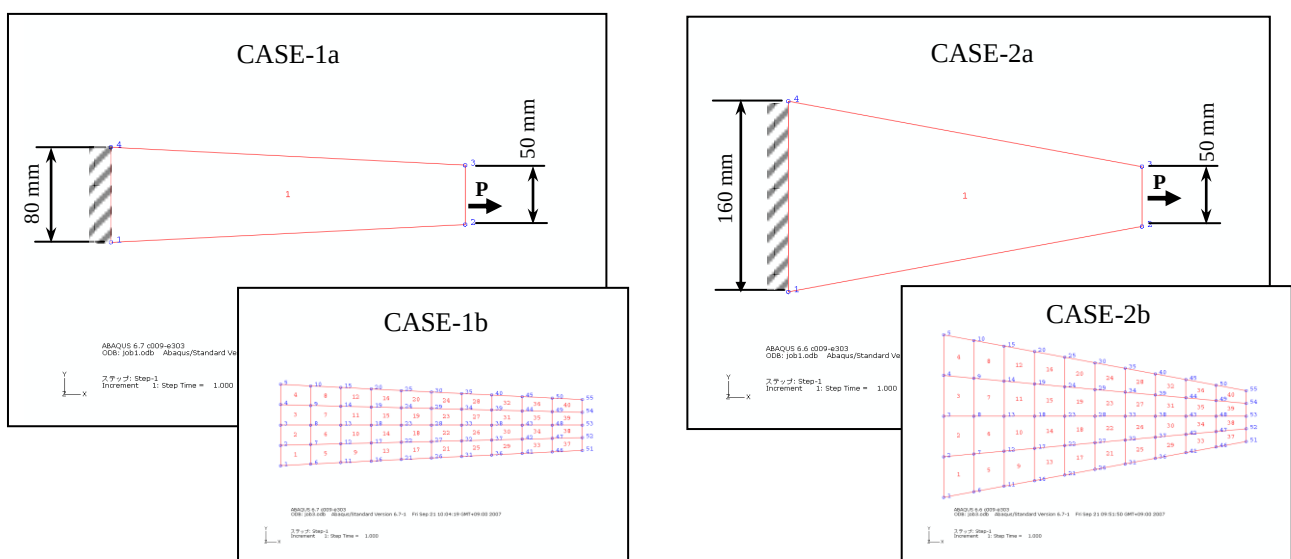


Fig.2 解析モデル (a : 1 分割, b : 40 分割)

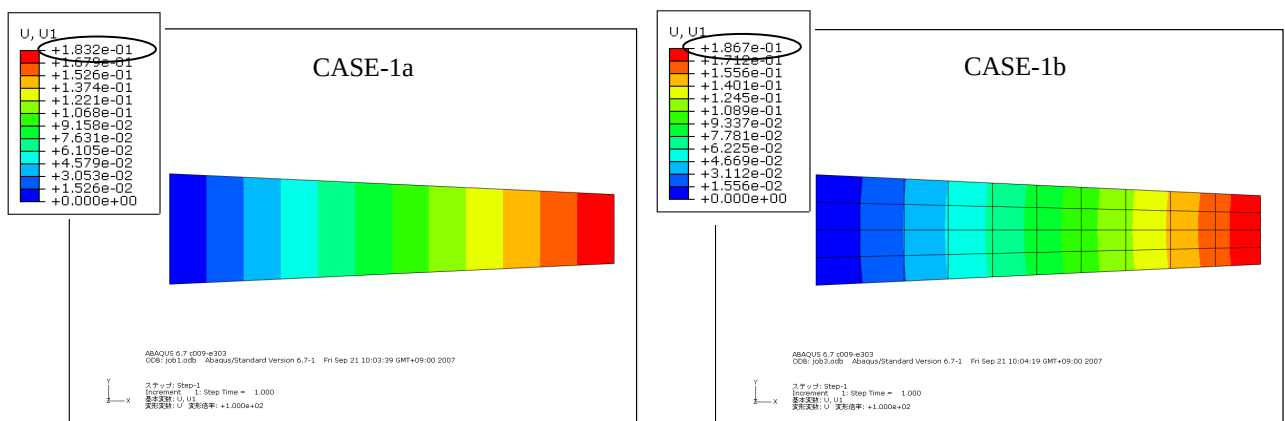


Fig.3 変位 δ の解析結果 (CASE-1a,1b)

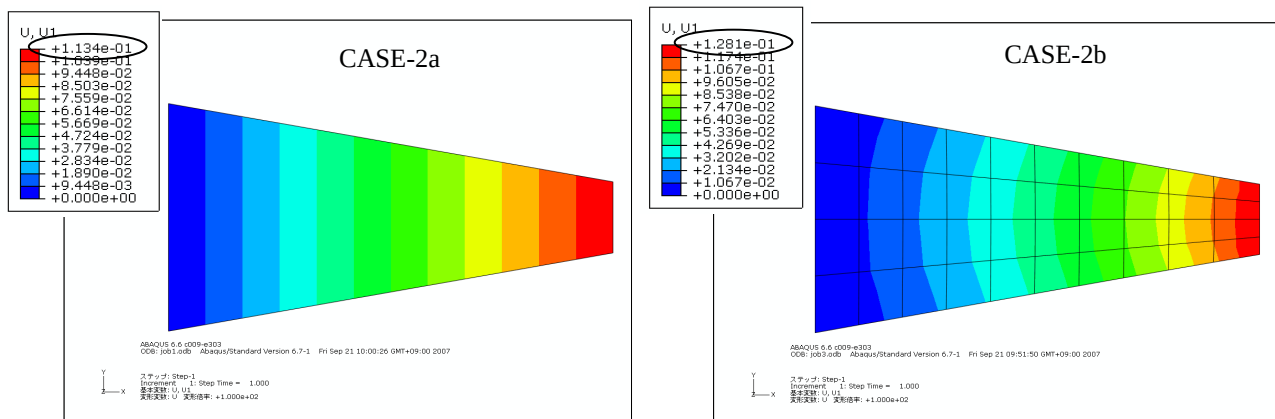


Fig.4 変位 δ の解析結果 (CASE-2a,2b)

Table.1 理論解と解析結果の比較

		理論解	FEM解
板の伸び [mm]	CASE-1a	0.19	0.18
	CASE-1b		0.19
	CASE-2a	0.13	0.11
	CASE-2b		0.13

参考文献

- (1) 中原, 実践材料力学, 養賢堂, 2002.

※ Abaqus は Dassault Systemes Simulia Corp. 殿の製品です.

株式会社 メカニカルデザイン

〒182-0024 東京都調布市布田 1-40-2 アクシス調布 2 階

TEL 042-482-1539 FAX 042-482-5106

E-mail : comm@mech-da.co.jp <https://www.mech-da.co.jp>