Abaqus による表面張力の基礎解析
（抜粋版）

2011 年 1 月

株式会社メカニカルデザイン

Abaqus による表面張力の基礎解析

目次

１．　液滴の理論解（Padday）の近似解解析プログラム（Excel）

1.1　Padday の理論解の概要

固着した液滴（sessile drop）の輪郭の理論解が Padday の論文に与えられている．（付録 1 の最終ページ参照）

この輪郭座標値は，液滴形状が軸対称であるとして，横軸を X，縦軸を Z とし，液滴頂点を原点としたときの値である．また，頂点における曲率半径 b で除し，無次元化している．

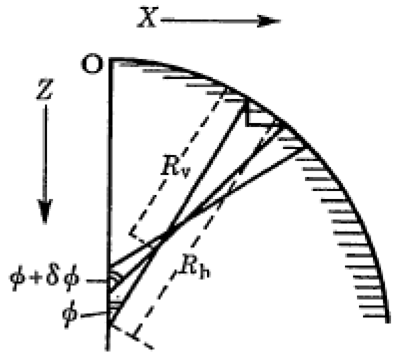


TABLE 3A. DISTORTED NODOID (SESSILE DROP/CAPTIVE BUBBLE) PROFILE

solutions of the meniscus equation $\beta = 0.5000$

angle $\pm\phi$	$\pm X/b$	Z/b	vert. radius, R_v/b	horiz. radius, R_h/b	volume, V/b^3	force, $F/\rho g b^3$
0	0.000000	0.000000	1.000000	1.000000	0.000000	0.000000
5	0.087114	0.003802	0.998573	0.999527	0.000045	0.000045
10	0.173321	0.015149	0.994342	0.998119	0.000716	0.000718
15	0.257736	0.033859	0.987429	0.995818	0.003550	0.003560
20	0.339520	0.059639	0.978034	0.992692	0.010897	0.010934
25	0.417898	0.092096	0.966412	0.988833	0.025698	0.025744
30	0.492174	0.130752	0.952856	0.984349	0.051045	0.051104

図 1　液滴の理論解（Padday の論文から）

さらに，この理論解はβ=0.5 のときのものである．βは形状因子（shape factor）であり，下式で与えられる．

$$\beta = \frac{\rho g b^2}{\gamma} \quad \cdots\cdots \ (1)$$

ここで，ρ：液体の質量密度，g：重力加速度，b：頂点での曲率半径，γ：表面張力，である．

1.2　近似解解析プログラム（Excel）　Padday の解との比較シート

Excel による計算に必要な入力値は，液体質量密度ρ，表面張力γ，濡れ角θである．濡れ角は右図 2 に示す角度である．

下図 3 は Excel による計算結果である．グラフが２つあり，上のグラフで Padday の解との比較を行っている．両者は一致しており，Excel による計算が妥当であることがわかる．

中略

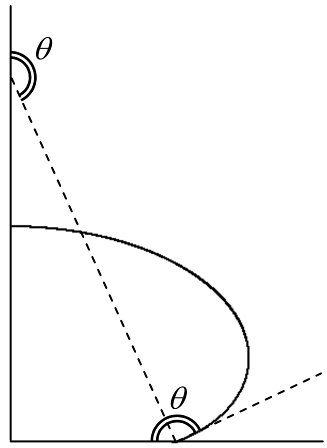


図 2　濡れ角

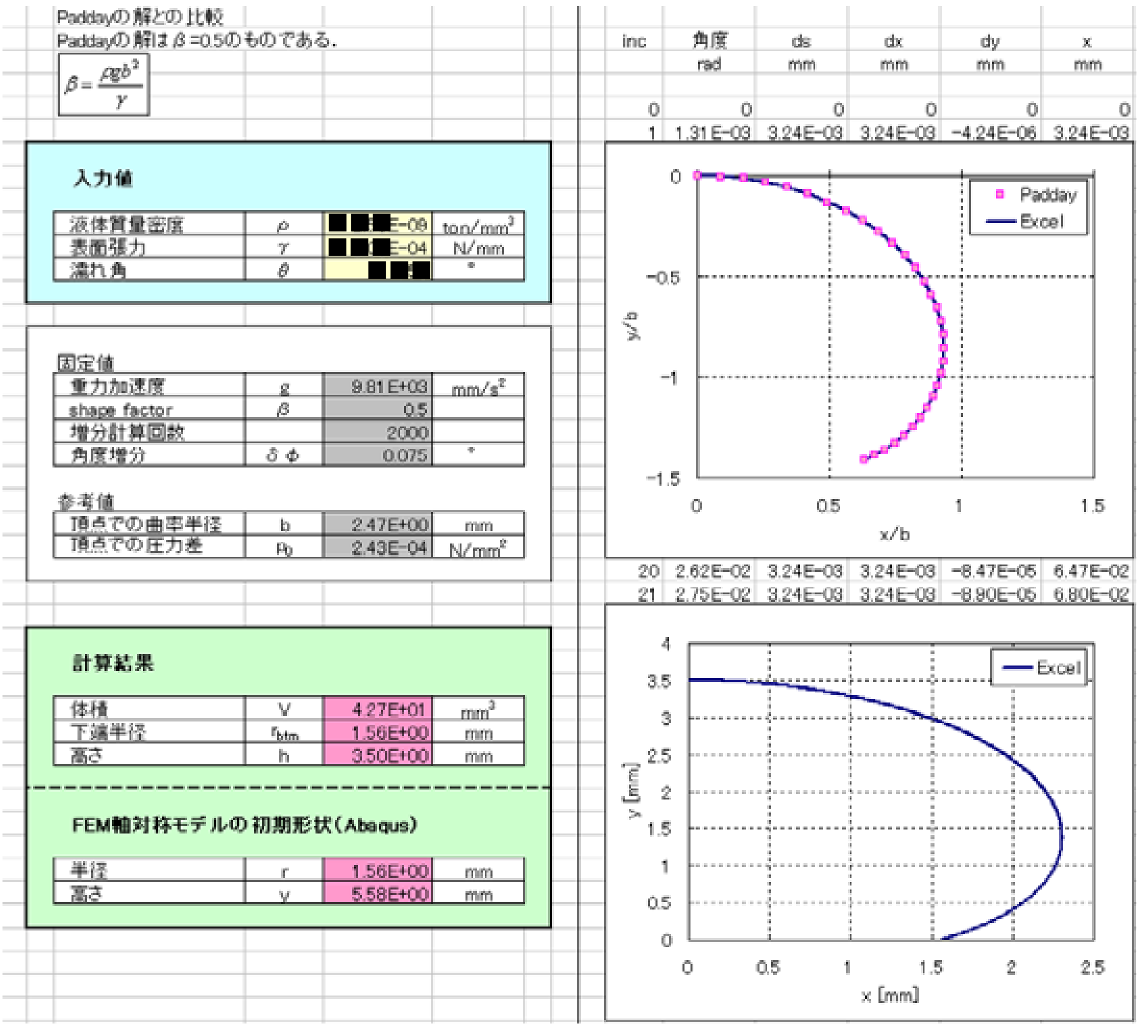


図 3　Excel による計算（Padday の解との比較シート）

1.3　近似解解析プログラム（Excel）　一般解のシート

下図 5 は固着した液滴形状の一般解を計算した結果である．β=0.5 の条件がないため，頂点での曲率半径 b を決めるために既述の方法を用いることができない．そこで下式に示すラプラスの式（Laplace equation）を使用する．

$$\Delta p = \gamma\left(\frac{1}{R_v} + \frac{1}{R_h}\right) \quad \cdots\cdots \ (2)$$

中略

一般解

入力値

液体質量密度	ρ	[redacted]E-09	ton/mm^3
表面張力	γ	[redacted]E-04	N/mm
濡れ角	θ	150	°
頂点での圧力差	p_0	[redacted]E-04	N/mm^2

固定値

重力加速度	g	9.81E+03	mm/s^2
増分計算回数		2000	
角度増分	$\delta\phi$	0.075	°

参考値

頂点での曲率半径	b	2.47E+00	mm
shape factor	β	4.98E-01	

計算結果

体積	V	4.25E+01	mm^3
下端半径	r_{btm}	1.56E+00	mm
高さ	h	3.49E+00	mm

FEM軸対称モデルの初期形状（Abaqus）

半径	r	1.56E+00	mm
高さ	y	5.57E+00	mm

inc	角度 rad	ds mm	dx mm	dy mm	x mm
0	0	0	0	0	0
1	1.31E-03	3.23E-03	3.23E-03	-4.23E-06	3.23E-03
20	2.62E-02	3.23E-03	3.23E-03	-8.46E-05	6.46E-02
21	2.75E-02	3.23E-03	3.23E-03	-8.88E-05	6.79E-02
22	2.88E-02	3.23E-03	3.23E-03	-9.31E-05	7.11E-02
23	3.01E-02	3.23E-03	3.23E-03	-9.73E-05	7.43E-02
24	3.14E-02	3.23E-03	3.23E-03	-1.02E-04	7.76E-02
25	3.27E-02	3.23E-03	3.23E-03	-1.06E-04	8.08E-02
26	3.40E-02	3.23E-03	3.23E-03	-1.10E-04	8.40E-02
27	3.53E-02	3.23E-03	3.23E-03	-1.14E-04	8.72E-02
28	3.67E-02	3.23E-03	3.23E-03	-1.18E-04	9.05E-02
29	3.80E-02	3.23E-03	3.23E-03	-1.23E-04	9.37E-02
30	3.93E-02	3.23E-03	3.23E-03	-1.27E-04	9.69E-02
31	4.06E-02	3.23E-03	3.23E-03	-1.31E-04	1.00E-01
32	4.19E-02	3.23E-03	3.23E-03	-1.35E-04	1.03E-01
33	4.32E-02	3.23E-03	3.23E-03	-1.40E-04	1.07E-01
34	4.45E-02	3.23E-03	3.23E-03	-1.44E-04	1.10E-01
35	4.58E-02	3.23E-03	3.23E-03	-1.48E-04	1.13E-01

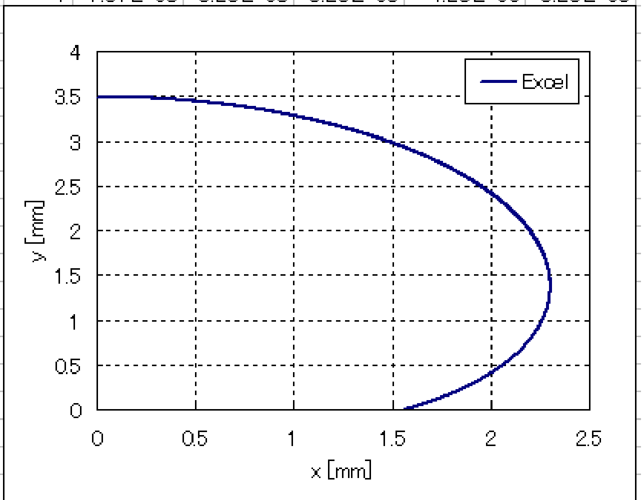


図 5　Excel による計算（一般解のシート）

2.　Abaqus による流体のモデル化

流体を非圧縮性流体とみなすと，その粘性的な挙動は粘性係数 η を用いて(4)式のように表せる．

$$\sigma'_{ij} = 2\eta\dot{\varepsilon}_{ij} \quad \cdots\cdots(4)$$

中略

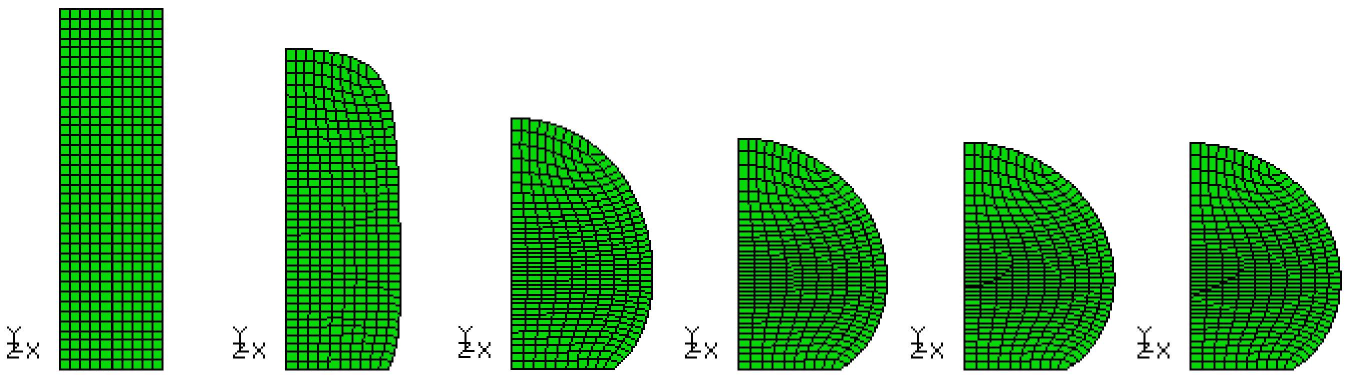
3.　Abaqus による液滴の 2 次元解析

5.1　解析モデル

軸対称モデルにより解析を行う．

中略

5.2　解析結果



a　　b　　c　　d　　e　　f

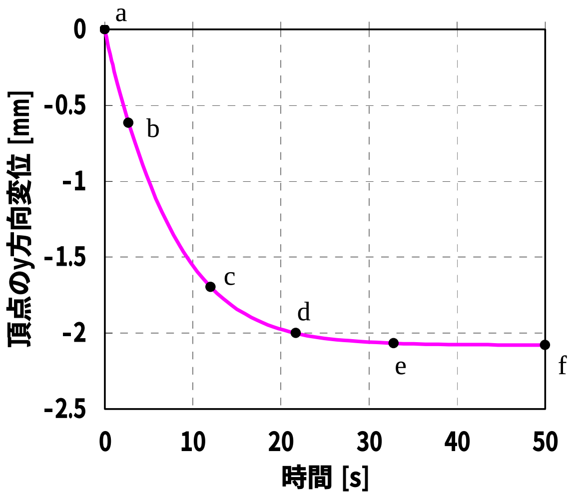


図 7　頂点の y 方向変位と時間の関係

図 7 は頂点の y 方向変位と時間の関係を示したグラフと各ポイントによる変形形状である．

この解析は非定常解析であり，時間は実時間である．液滴形状を求めるためには，変形が時間に依存しない定常状態まで解析を行わなければならない．中略

図 8 は，図 3 に示す Excel による計算結果と，図 7 の f の FEM 結果を比較したものである．両者の外形は一致しており，Abaqus による解析が妥当であることを示している．

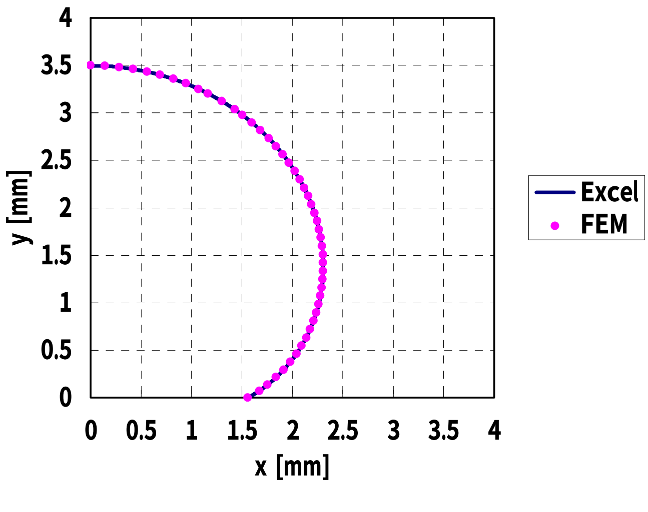


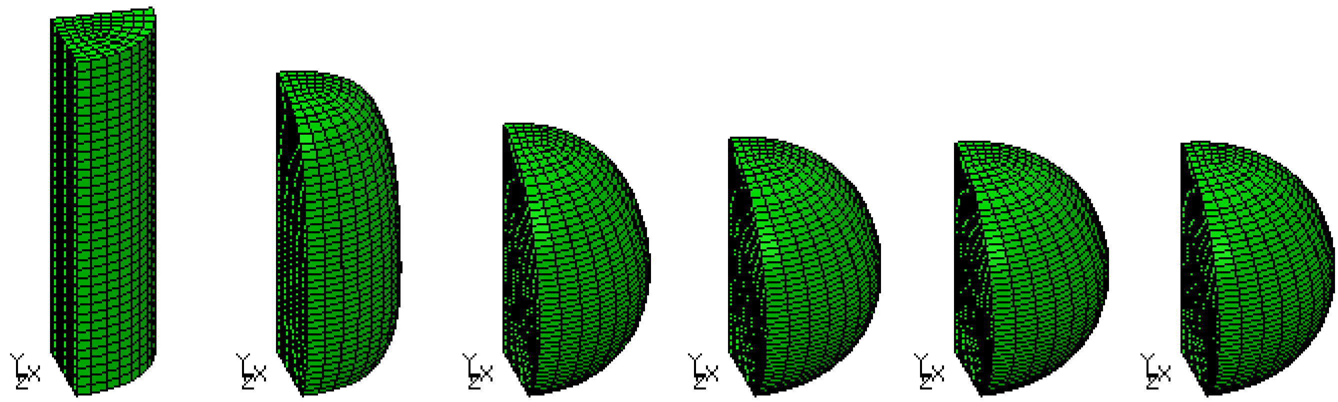
図 8　Excel と FEM の比較

４．　Abaqus による液滴の 3 次元解析

6.1　解析モデル

3 次元モデルの初期形状およびメッシュ分割を図 9 に示す．中略

6.2　解析結果



a　b　c　d　e　f

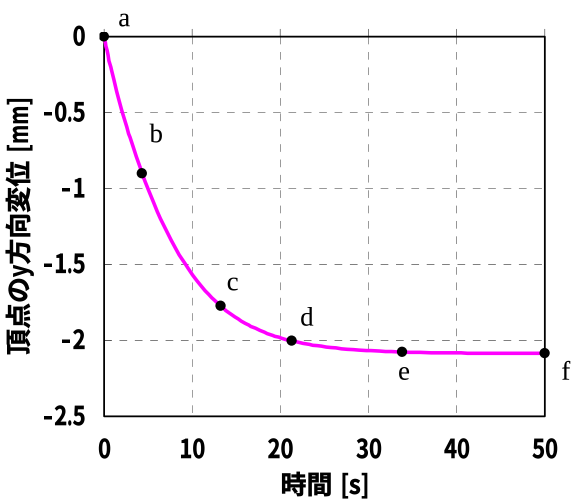


図 10　頂点の y 方向変位と時間の関係

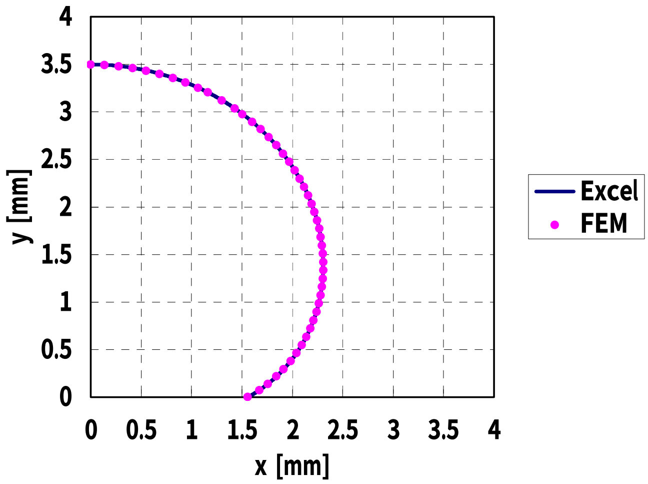


図 11　Excel と FEM の比較

2 次元の軸対称解析と同じ評価を行った結果を図 10，11 に示す．解析は定常状態に移行しており，そのときの形状は Excel の計算結果と一致していて，Abaqus の 3 次元解析も妥当であることがわかる．

以下、入力データは、別添の電子ファイルに示す。