

vol. 2000-4

Mech D & A News

Mechanical Design & Analysis Co.

December 2000



2月 奈良

【特集】 塑性加工解析における材料定数の同定

－ 圧縮試験・摩擦・異方性・超塑性 －

FEM Consulting Services for Engineering Practice
URL <http://www.mech-da.co.jp>

【1】引張試験と圧縮試験

一般に多結晶金属の塑性変形は、各結晶粒の内部でのすべりの平均的な挙動を表しています。従って、完全に焼きなまされた等方性の材料であれば、真応力と対数ひずみの関係は、引張試験と圧縮試験では差異がないと考えるのが順当です。実際、Cu合金やAl合金では両者はほぼ一致した結果を与えられています⁽¹⁾。

また鋼の場合には、圧縮側の方が絶対値でやや高めの値を与えられています。これは異方性の効果によるものと推測されます。しかし、Bishopは面心立方構造を対象として理論的な評価を行い、対数ひずみで30%以下の領域では異方性の効果はほとんどなく、また無限大のひずみにおいても引張と圧縮の差異は13%程度にとどまるとしています⁽²⁾⁽³⁾。

従って、FEMに適用する材料データとしては引張・圧縮の挙動は同一とみなし、試験が容易な引張試験に頼るのが一般的です。しかし、前回のニュースレターに示したように引張試験でくびれを生ずることなく引張れるのは、最大でも50~60%程度であり、軟鋼やAl、Cuなどの実用的な材料では20~30%にしかすぎません。また、材料によっては小さい素材しか入手できず、引張試験片を採取することができないことも稀ではないと考えられます。従って、塑性加工解析に適用するような大ひずみ領域の材料データを測定する場合、圧縮試験は重要な役割を持ちます。

圧縮試験は中実の円柱を単軸圧縮するのが一般的ですが、試験片の端面が摩擦によって拘束され、たる形の変形(バルジング)を生じてしまうのが問題となります。両端が固着した円柱では、弾性範囲でさえ縦弾性係数を5%程度も大きめに見積るとされています⁽²⁾。また、摩擦の影響を小さくしようとすると円柱の高さを大きくすれば座屈してしまうため、対策は容易ではありません。

円柱の両端面に溝を切って油だまりを設ける方法⁽⁴⁾、摩擦角に等しい傾斜をもつ円すい状の圧縮板で押圧し圧縮力を軸方向に向かせる方法⁽¹⁾などがありますが、現在ではFig.1に示すようなテフロンシートと潤滑材を併用する方法が最も簡便でしょう。これらの試験方法については、古い図書ですが参考文献(5)に概説があります。

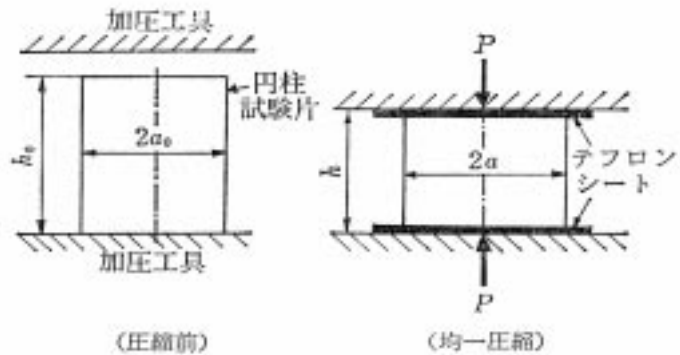


Fig.1 円柱圧縮試験

【2】円柱圧縮試験における摩擦の補正

摩擦が大きくなり、円柱のバルジングが顕著でない場合には、以下に示すようなSiebelによる初等解法(スラブ法)を用いた解があります⁽⁵⁾⁽⁶⁾⁽⁷⁾。Fig.2に示す円柱の微小要素について半径方向の釣合いを考えると、せん断応力 τ を無視して、次の関係が成立します。このとき、垂直圧力 p は円柱の半径座標 r によって変化しますが、高さ h の方向には一定と仮定しています。

$$\sigma_r r h \delta\theta + 2\sigma_\theta h \delta r \frac{\delta\theta}{2} = 2\mu p r \delta r \delta\theta + h(\sigma_r + \delta\sigma_r)(r + \delta r)\delta\theta \quad \dots (1)$$

ここで μ はクーロン摩擦係数を表し、圧縮応力を正值とみなすことにします。(1)式より円柱要素の半径方向の釣合方程式は、(2)式となります。簡単のため半径方向の応力 σ_r と円周方向の応力 σ_θ は等しく、いずれも主応力と仮定します。静水圧は降伏に影響を及ぼさないので、この仮定により、降伏条件は $p - \sigma_r = Y$ となります。ただし Y は摩擦のない単軸圧縮における降伏応力です。(2)式にこの降伏条件式を代入し、 $\sigma_r = p - Y$ とおけば、(3)式が得られます。

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = \frac{-2\mu p}{h} \quad \dots (2) \qquad \frac{dp}{dr} = \frac{-2\mu p}{h} \quad \dots (3)$$

上の式を積分し、外半径 $r=a$ で $\sigma_r=0$ 、従って $p=Y$ の境界条件を用いると、(4)式が得られます。これにより最大の接触圧力は、円柱の中心 $r=0$ において生じることがわかります。また平均の圧力 \bar{p} は(5)式のように与えられます。

$$p = Y \exp\{2\mu(a-r)/h\} \quad \dots (4) \qquad \bar{p} = \frac{\int_0^a 2\pi p r dr}{\pi a^2} \approx \left(1 + \frac{2\mu a}{3h}\right) Y \quad \dots (5)$$

Fig.3は、(5)式を実際に計算した結果です。摩擦が大きくなると、平均圧力 \bar{p} は降伏応力 Y を大きく上回ります。テフロンを使用すれば摩擦係数は0.04程度⁽⁸⁾⁽⁹⁾まで下がりますが、それでも \bar{p} の実測値をそのまま Y として使用してしまうと、少なくとも数%の過大評価となることが、この図から推測されます。

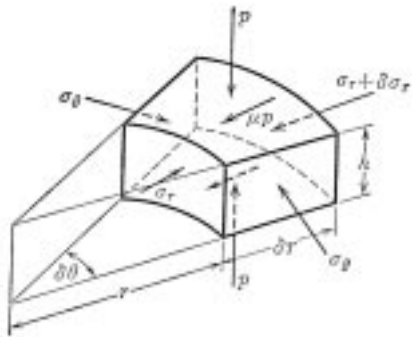


Fig.2 円柱の要素の応力

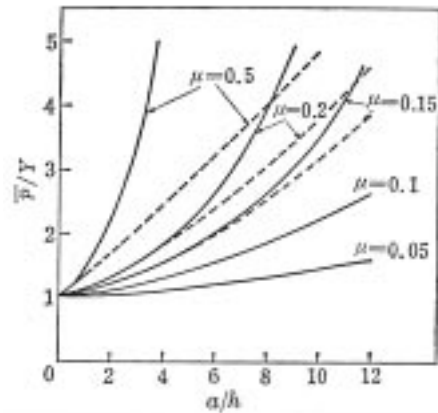


Fig.3 円柱圧縮における平均圧力の変化

この問題を、実際にFEMで解析してみましょう。諸元は以下の通りです。

- 円柱の形状 半径 $a_0 = 15\text{mm}$, 高さ $h_0 = 10\text{mm}$
 - 摩擦係数 $\mu = 0.04$ (テフロンを想定)
 - n乗硬化則 $= 500 \cdot 0.2 [\text{MPa}]$
- ... (6)

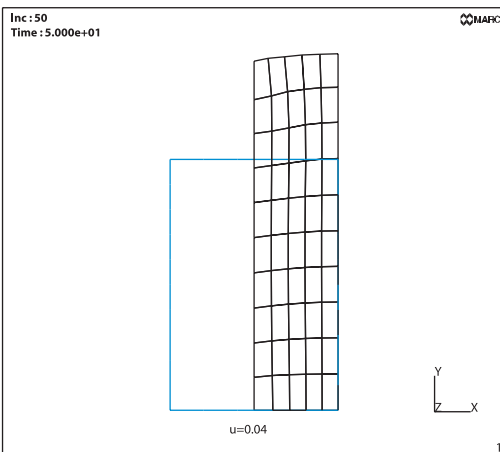


Fig.4 円柱圧縮の解析

Fig.4にMSC.Marcの軸対称要素(タイプ10)に剛塑性流れの手法を用いて解析した結果を示します。軸方向には1/2のモデルであり、図中、左側の端面に摩擦を与えて押圧しています。この状態で半径と高さの比 a/h がおおよそ0.5まで圧縮されており、わずかにバルジングを生じているのがわかります。

Fig.5にこのときのX方向応力の半径方向の分布を示します。この応力は(4)式の p に相当します。理論解では円柱の軸方向に圧力 p は一定であると仮定しています。

円柱の端面および中央面のFEM解を見ると、バルジングのために円柱の外径付近で乱れがありますが、平均的には初等理論による解は十分に使用に耐える結果となっていることがわかります。このような円柱の中心から外側に向かって降下する圧力分布の形状は摩擦丘と呼ばれます。

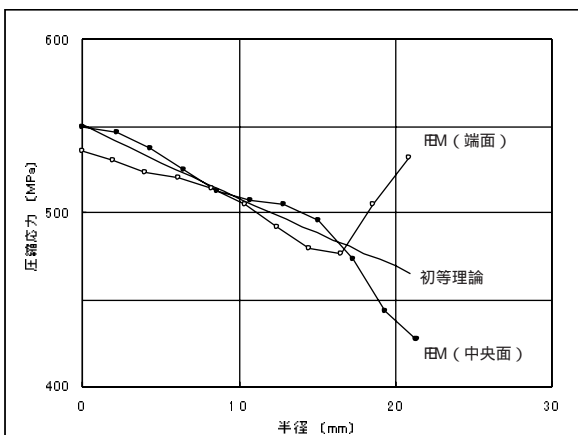


Fig.5 円柱半径方向の圧力分布

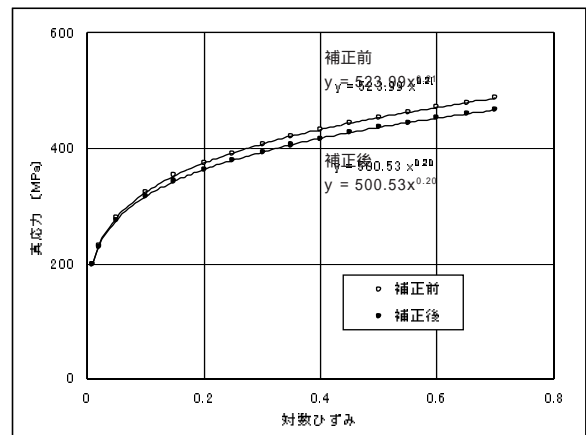


Fig.6 変形抵抗曲線の同定

Fig.6は、このFEMから得られた荷重と変位のデータを、真応力と対数ひずみの関係に換算した結果です。Excelを用いて数値データからn乗硬化則の形に関数近似した結果も、図中に示しています。解析結果としては、本来、(6)式が再現できれば良いことになります。

今回はFEM解を用いていますが、実験と同じように円柱の高さを初期の値 h_0 から h に圧縮したときの荷重を P とすると、以下のように結果を整理できます。ただし、円柱の初期半径を a_0 として、体積一定($a^2h=a_0^2h_0$)の条件を仮定できるものとしています。

$$\text{対数ひずみ} : \varepsilon = \ln \frac{h}{h_0} \quad \dots (7) \qquad \text{平均圧力} : \bar{p} = \frac{P}{\pi a^2} = \frac{P}{\pi a_0^2} \frac{h}{h_0} \quad \dots (8)$$

Fig.6には、(8)式の \bar{p} がそのまま変形抵抗 Y に相当するとしてプロットした結果を、補正前として示しています。(6)式の正解に比べ過大評価となっており、材料データとしては満足できません。そこで、 μ を既知(0.04)とし、各解析ステップでの a/h の値から(5)式を用いて \bar{p} と Y の比を計算し、この値で真応力の値を補正してみました。すなわち、(5)式に体積一定の条件を施して、

$$\text{変形抵抗} : Y = \left(1 + \frac{2\mu}{3h} a_0 \sqrt{\frac{h_0}{h}}\right)^{-1} \bar{p} \quad \dots (9)$$

Fig.6に示すように、この補正を行った結果は、(6)式をよく再現し、初等理論とFEMを組み合わせることにより、摩擦の影響を排除することができました。

ただし、現実には μ は一定ではなく、外縁に近いほど大きくなります⁽¹⁰⁾。実際、先に示したFig.3の中の破線は、外縁付近で固着を生じたとしてSiebelの解を補正した結果でもあります⁽⁵⁾。弊社の検討に対して、読者の皆様の御指摘を頂ければ幸いです。

【3】クーロン摩擦とせん断摩擦

塑性加工に関連する摩擦問題については、参考文献(8)~(11)に成書があります。ここでは参考文献(10)に従い、基礎的な考え方を示します。いま、接触している2つの部材が弾性であれば、Fig.7に示すように相対的に凸になった部分でのみ接触は生じ、その突起のために2つの部材の接近は制限されます。荷重が増加すると、ある程度の塑性変形が軟らかい方の部材で発生します。しかし実際の接触面積は、部材の総面積の一部、分率 K にすぎません。接触荷重が小さいときには、おそらく K は0.01~0.10を超えることはありません。

その接触部内のさらに一部、分率 k では無潤滑すなわち固着状態にあり、そのため局部的なせん断抵抗はせん断降伏応力 τ_y に等しくなります。残りの部分(1- k)は、せん断強度 τ_1 の膜で潤滑されていると考えます。この仮想的な状態では、2つの部材が互いに滑るために加えられるべきせん断応力(見掛けの面積での)は、(10)式ようになります。

この結果、固着を生じている面では軟らかい方の部材がせん断変形を生じ、場合によっては凝着を生じます。またこのときの見掛けの面積での垂直応力 p は(11)式によって接合部圧力と関係づけられます。ここで p_y は強度の低い方の材料が塑性化するのに必要な局部的な圧力です。 p_y は必ずしも材料の引張り降伏応力ではなく、応力場によって異なることに注意して下さい。

例えば摩擦によって材料の流れが拘束されているような状況下では、圧力は一様に高まるにもかかわらず、この圧力は静水圧であるので塑性化には寄与しません。円柱圧縮のバルジングで、圧力板の直下に未変形部分が残し、荷重が著しく増大するのはこの理由によります。摩擦係数 μ は(12)式で定義されます。

$$\tau = K[\tau_y k + \tau_1(1-k)] \quad \dots (10) \qquad p = K p_y \quad \dots (11)$$

$$\mu = \tau / p = \{\tau_y k + \tau_1(1-k)\} / p_y \quad \dots (12)$$

と μ の圧力 p に対する関係を模式的にFig.8(a)に示します。圧力の増加に伴って、接触面積の分率 K は1(全面接触)に

近づきます。固着域の分率kに着目し、2つのケースを図示していますが、kが一定の場合は $K < 1$ の領域で μ は一定となります。すなわちクーロン摩擦が成立しています。但し、降伏条件は圧力に対して鈍感であるとしています。

また圧力の増加とともにkが増加して潤滑が切れる状態を考えると、全域固着($k=1$)の状態では、材料のせん断降伏応力 τ_y に一致し、これを超えることはありません。摩擦係数はこの点で最大値 μ_{max} をとります。圧力pは応力場によって異なりますが、最低でも引張応力 σ_y と同程度であるので、 μ_{max} は以下の値を超えることはないことに注意が必要です。

$$\mu_{max} = \tau_{max} / p_{min} \approx \tau_{y(k=1)} / \sigma_y = 1/\sqrt{3} \dots (13)$$

この(13)式はせん断と引張の降伏応力の比を示し、ミーゼスの降伏条件の場合 $1/\sqrt{3}$ です。Fig.8(b)は実測の結果を示します⁽¹²⁾⁽¹³⁾。この結果はFig.8(a)の模式図と同じ傾向を示し、圧力が低いところでは摩擦応力が接触圧力に比例するため、摩擦係数 μ はほぼ一定(クーロン摩擦)と考えてよいことがわかります。また圧力が非常に高い領域では、摩擦応力は一定に近づくことと近似できます。摩擦応力が一定の場合、FEM解析では摩擦応力と材料のせん断応力 $\tau_y = \sigma_y / \sqrt{3}$ の比をとったせん断摩擦係数fを用いることが一般的です。

$$\tau = f\tau_y = f \frac{\sigma_y}{\sqrt{3}} \dots (14)$$

摩擦応力が一定に近づくのは変形抵抗の数倍の接触圧力の場合ですが、このような高い工具接触圧力で加工を行うことが多い鍛造では、クーロン摩擦係数 μ 一定およびせん断摩擦係数f一定の仮定のいずれも近似的にのみ成り立っているといえます。一般に、非常に良好な潤滑状態では $\mu = 0.05$ 以下、冷間の潤滑状態で $\mu = 0.1$ 程度、熱間の潤滑状態で $\mu = 0.15 \sim 0.2$ 、無潤滑の場合には $\mu = 0.25$ 以上であり、接触圧力が変形抵抗程度の場合には、せん断摩擦係数fの値は摩擦係数 μ の値の2倍程度になると言われています⁽¹²⁾。

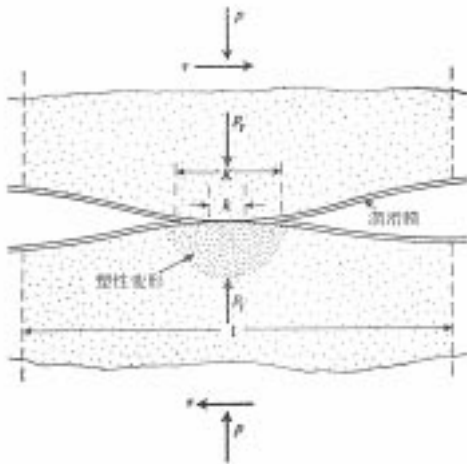
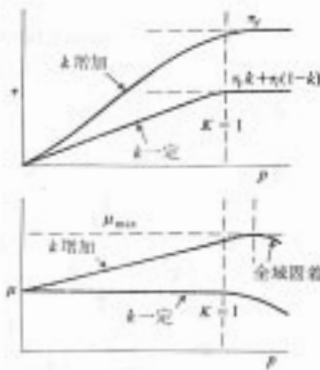
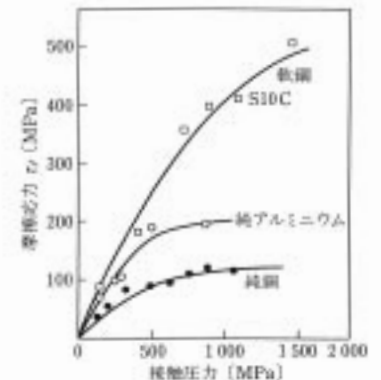


Fig.7 突起部分での摩擦接触



(a)模式図



(b)実測値(金属新生面と超合金工具)

Fig.8 摩擦応力に及ぼす接触圧力の影響

【4】摩擦係数の測定

円柱の圧縮についてスラブ法を用いた摩擦の評価を先に示しましたが、圧延、押し出し、引抜きなどの加工についても同様に初等解法による解が与えられます。しかし、これらの推定精度は低く、摩擦係数の同定に应用することはできません。ここでは、比較的広く利用されているリング圧縮試験による摩擦係数の測定について説明します。

Fig.9はMSC.Marcの軸対称要素(タイプ10)に剛塑性流れの手法を用いて、リングの圧縮を解析した結果を示します。軸方向には1/2のモデルであり、図中、左側の端面に摩擦を与えて押圧しています。モデルの諸元は以下の通りです。

リングの形状	高さ：内径：外径 = 5mm : 7.5mm : 15mm = 2 : 3 : 6
クーロン摩擦係数	$\mu = 0.03, 0.1, 0.3$
n乗硬化則	$= 500 \cdot \sigma^{0.2}$ [MPa]

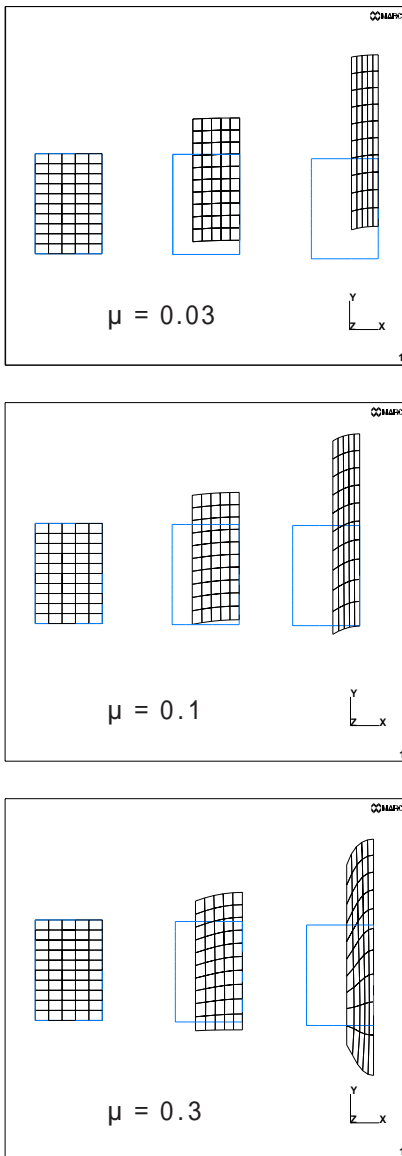


Fig.9 リング圧縮の解析

Fig.9からわかるように、摩擦係数が小さい場合は単純圧縮の状態に近く、内径、外径とも増加します。しかし摩擦係数が大きくなると、接触面上に中立線が現れ、それより内側にある材料は中心軸に向かって流れるため、内径は小さくなります。

Fig.10はこの内径の変化に着目して、摩擦係数をパラメータとして結果を整理したものです。内径はリングの厚み方向に一樣ではないので、ノギスなどで測定可能な最小径をデータとして採用しています。

今回の解析結果は、材料データが異なるものの、先行例⁽¹³⁾⁽¹⁴⁾に良く一致しており、このような手順で校正曲線を求めておけば、実験的に摩擦係数を同定することが可能となります。

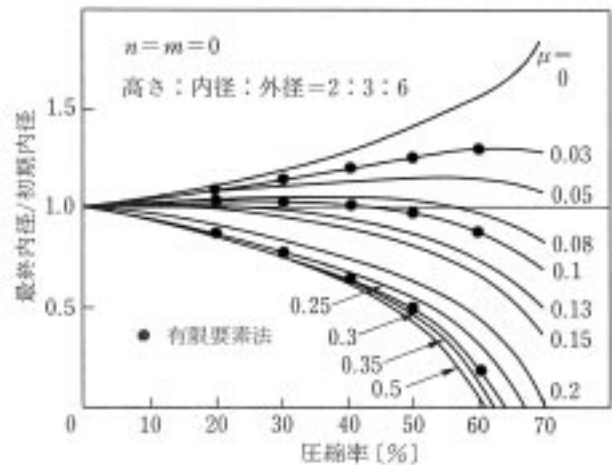


Fig.10 リング圧縮試験による摩擦係数測定の校正曲線

【トピックス1】: 異方性降伏条件の解析⁽¹⁵⁾

完全に焼きなまされ、等方性を有していた多結晶性の金属に塑性変形を与えると、滑りや回転により、乱雑な方向を向いていた結晶粒が一定の方向に並ぶようになります。この結果、強度や磁気特性がその方向性に従って異なるようになり、いわゆる異方性を示すようになります。特に薄板材は、大きな異方性が残ったまま市場に流通しているのが一般的であるため、プレス加工などに使用する場合には、加工限界を向上させるために、その方向性に配慮することが必要です。最近では、より積極的に異方性を利用して高度な加工を行うことも少なくありません。

異方性の降伏条件としては、ミーゼス型の降伏条件を直交異方性の条件下で拡張したHillの異方性降伏条件(15)式がよく知られています。

$$f = \sqrt{\frac{3}{2(F+G+H)}} \left[F(\sigma_y - \sigma_z)^2 + G(\sigma_z - \sigma_x)^2 + H(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 2L\tau_{yz}^2 + 2M\tau_{zx}^2 + 2N\tau_{xy}^2 \right]^{1/2} = \bar{\sigma} \dots (15)$$

この式に含まれるF,G,H,L,M,およびNを異方性パラメータと呼びます。(15)式では、応力が異方性の主軸に関して定義されており、等方性材料は、次の関係が成立する特別な場合として取り扱うことができます。

$$3F = 3G = 3H = L = M = N \dots (16)$$

いま異方向の主軸x,y,およびz方向の降伏応力をX,Y,Zとすると、(15)式から次の関係が得られます。

$$\sqrt{\frac{3(G+H)}{2(F+G+H)}}X = \sqrt{\frac{3(F+H)}{2(F+G+H)}}Y = \sqrt{\frac{3(F+G)}{2(F+G+H)}}Z = \bar{\sigma} \quad \dots(17)$$

また異方向の主軸に関するせん断降伏応力R,S,Tに対しては

$$\sqrt{\frac{3L}{F+G+H}}R = \sqrt{\frac{3M}{F+G+H}}S = \sqrt{\frac{3N}{F+G+H}}T = \bar{\sigma} \quad \dots(18)$$

異方向主軸に関する降伏応力が既知、あるいは適当な値に仮定されているものとすれば、(17)式と(18)式から異方向パラメータを決定することができます。また、より現実的な方法としては、降伏条件fを塑性ポテンシャルとして考え、実験で得られるひずみの計測値から、異方向パラメータを決定することができます。

例えば直交異方向材料の平面問題を解析する場合に必要なデータを得るには、Fig.11のように異方向の主軸に対して傾角 = 0°, 45°, 90° を有する3本の試験片を準備します。これに軸方向の引張り負荷 を与え、それぞれに対して板幅方向の塑性ひずみ増分 $d\epsilon_b^p$ と板厚方向の塑性ひずみ増分 $d\epsilon_z^p$ の比を求め、(19)式のように r_0, r_{45}, r_{90} とします。このrの値をLankfordのr値と呼びます。r値を用いると、平面問題の解析に必要な異方向パラメータ間の比は、(20)式のように求めることができます。

$$r = d\epsilon_b^p / d\epsilon_z^p \quad \dots(19) \qquad \frac{G}{H} = \frac{1}{r_0}, \quad \frac{F}{H} = \frac{1}{r_{90}}, \quad \frac{N}{H} = (r_{45} + \frac{1}{2}) \left(\frac{1}{r_0} + \frac{1}{r_{90}} \right) \quad \dots(20)$$

Table 1 は、厚さ0.7mmの冷間圧延鋼板(SPCE)について実測された異方向パラメータを示します⁽¹⁶⁾。これらのF,G,H,Nの値をFig.12に示す平面のFEMモデルに与え、引張を加えてみました。図中の α は引張の方向と異方向主軸のなす角度を示します。r値の定義にある = 0°, 45°, 90° のモデルを用意しそれぞれについて塑性ひずみ増分の値を解析により求めました。

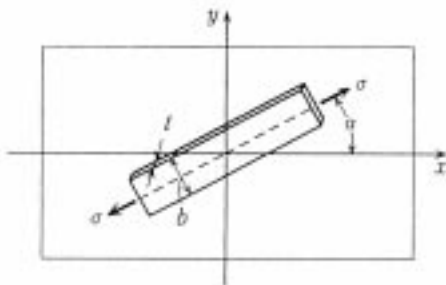


Fig.11 異方向材料におけるr値の決定

(19)式からわかるように、r値を求めるには、板厚方向のひずみが必要であるので、ここでは板厚の変化が許される一般化平面ひずみ要素を使用しています。MSC.Marcでは、タイプ19の要素が相当します。解析結果から求めたr値をTable2に示します。Table 1 に示すr値の実測値と良い一致を示し、プログラムが妥当に動作していることがわかりました。

なお、この異方向性の降伏判定では、応力の計算に前ステップで得られたひずみ増分を用いているため、荷重増分を十分に細かくする必要があります。今回の解析では、ひずみ増分として降伏点ひずみのおよそ1/100を与えました。

Table1 異方向の実測例

Hillのパラメータ				r値(実測値)		
F	G	H	N	r_0	r_{45}	r_{90}
0.50	0.54	1.00	1.94	1.85	1.37	2.02

Table2 r値のFEM解

r値(FEM)		
r_0	r_{45}	r_{90}
1.86	1.37	2.01

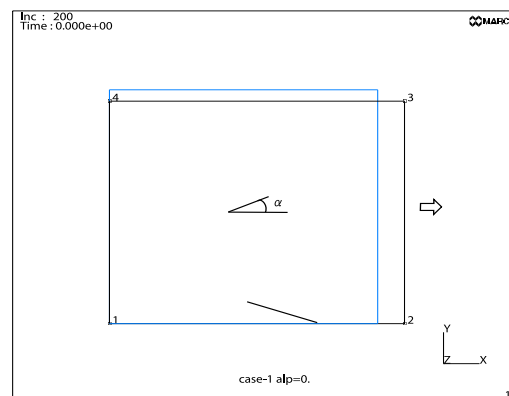


Fig.12 一般化平面ひずみ要素の引張り

【トピックス2】超塑性材料の解析

前回の Mech D & A News では、引張りによる断面積の減少が塑性不安定を招くことを示しました。一般に不安定な塑性流れが発生する条件は、材料内のどこかでひずみによって生ずる硬化の増分が、それと同時に生ずるひずみによる軟化によって打ち消されることです。それ以降のひずみは、それまで連続的に生じていた流れに対する抵抗が最初になくなったところに集中する傾向にあり、これがくびれとなります。いま、応力が(21)式のように多くの変数、たとえばひずみ、ひずみ速度、温度、更に表面エネルギーなどの関数であるとすると、色々な軟化の可能性が現れてきます。すなわちひずみに対する硬化は一般に(22)式のように表されます。

$$\sigma = \sigma(\varepsilon, \dot{\varepsilon}, T, \gamma \dots) \quad \dots (21)$$

$$\frac{d\sigma}{d\varepsilon} = \left(\frac{\partial\sigma}{\partial\varepsilon}\right) + \left(\frac{\partial\sigma}{\partial\dot{\varepsilon}}\right)\left(\frac{d\dot{\varepsilon}}{d\varepsilon}\right) + \left(\frac{\partial\sigma}{\partial T}\right)\left(\frac{dT}{d\varepsilon}\right) + \left(\frac{\partial\sigma}{\partial\gamma}\right)\left(\frac{d\gamma}{d\varepsilon}\right) + \dots \quad \dots (22)$$

(22)式の右辺のどの項も、それが十分に負になると不安定の原因となることを示していますが、現実には $\partial\sigma/\partial T$ だけが負の符号をもっていると言われています。例えば断熱的変形によって材料の内部にエネルギーが蓄積されて昇温すると、変形抵抗が低下し不安定流れを生ずることがあり得ます。

今回紹介する超塑性材料は、(22)式の右辺第2項が正になる性質⁽¹⁰⁾を利用し、塑性不安定を生ずることなく大きなひずみ領域（～1000%）まで引張ることのできる材料を指します。一般に、この種の材料は(23)式に示すようなひずみ速度に対する応力の感受性を持っているのが特徴です。

$$\sigma = S\dot{\varepsilon}^m \quad \dots (23)$$

$m=1$ の場合は、(23)式はニュートン流体を表すことになります。Fig.13は、MSC.Marcを用いて、軸対称のカップのブロー成形を解析した例を示します。図中左側から一定の圧力を平板に与えています。時間と共に変形が進み、型になじんで成形される様子がわかります。この解析には以下の条件を使用しました。

超塑性材料： $\sigma = 0.5\dot{\varepsilon}^{0.3}$ [kg/mm²] 但し、 $\dot{\varepsilon}$ の単位は[sec⁻¹]

圧力： $p = 0.1$ [kg/mm²] 一定

参考文献

- (1) 平, 現代塑性力学, オーム社, 1976.
- (2) 山田, 塑性力学, 日刊工業新聞社, 1965.
- (3) Bishop, J.F.W., J. Mech. Phys. Solids, 3-4, p.259, 1955.
- (4) 日本塑性加工学会, 塑性加工技術シリーズ2, 材料, コロナ社, 1994.
- (5) 大矢根, 塑性加工学, 養賢堂, 1983.
- (6) Johnson, W. and Mellor, P.B. (清田, 山田, 葉山訳), 塑性加工学1,2, 培風館, 1965.
- (7) Siebel, E., Stahl und Eisen, Dusseldorf, 43, 1295, 1923.
- (8) 日本塑性加工学会, 塑性加工技術シリーズ3, プロセスライポロジー, コロナ社, 1994.
- (9) 曾田, 固体の摩擦と潤滑, 丸善, 1975.
- (10) Backofen, W.A. (戸澤訳), 金属塑性と加工, コロナ社, 1980.
- (11) 日本塑性加工学会, 塑性加工におけるトライボロジー, コロナ社, 1988.
- (12) 日本塑性加工学会, 塑性加工技術シリーズ4, 鍛造, コロナ社, 1994.
- (13) 小坂田ほか, 塑性と加工, 24 - 265, p.195, 1982.
- (14) 森, 牧, 原田, 日本塑性加工学会東海支部第13回塑性加工セミナー, 2000.
- (15) 鷲津他, 有限要素法ハンドブックII応用編, 培風館, 1983.
- (16) 吉田他, 塑性と加工, 38-442, p.985, 1997.

表紙: 2月 奈良, 世界文化フォト.

* MSC.Marcは日本エムエスシー株式会社殿の製品です。

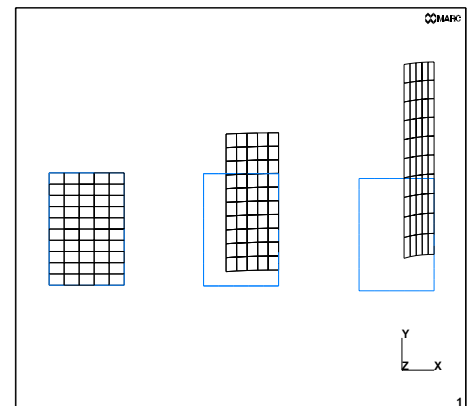


Fig.13 超塑性材料のブロー成形