

vol. 2000-3

Mech D & A News

Mechanical Design & Analysis Co.

December 2000



12月 北海道

【特集】 塑性加工解析における材料定数の同定

- 引張試験と塑性不安定 -

FEM Consulting Services for Engineering Practice
URL <http://www.mech-da.co.jp>

【1】DE (デジタルエンジニアリング) と材料のモデリング

昭和39年に著された「材料力学」⁽¹⁾の序において著者の中原一郎先生は、技術上の諸問題に直面したとき、材料力学がいかに役に立たないかを経験することは、決して稀なことではないと述べています。このような逆説的な表現の背景には、当時の国内において、古典的な材料力学が、完成の域に達していたことに対する大きな自負があったものと推測されます。

この時期に発刊された代表的な著作としては以下のものがあります。後進の我々にとって、内容的にこれらを凌駕することが困難であるのは止むを得ないとしても、より本質的な問題点は、たとえ最新のCAEプロダクトを利用したからといって、これらと同程度に洗練された結果を勝ち得ることが現実的にはできないのではないか、という危惧を感じさせられる点にあります。

- ・ 中原, 材料力学(上, 下), 養賢堂, 1964.⁽¹⁾
- ・ 鶴戸口, 材料力学(上, 下), 裳華房, 1964.⁽²⁾
- ・ 津村他, 強度設計データブック, 修正版, 裳華房, 1965.⁽³⁾
- ・ 山田, 塑性力学, 日刊工業新聞社, 1965.⁽⁴⁾
- ・ 平, 金属材料の高温強度, 養賢堂, 1968.⁽⁵⁾

中原先生は(1)の著作の末尾に実験的な応力測定に関する章を設け、序に対する回答を以下のように与えています。

『実際の機械や構造物の形状やこれに作用する荷重状態は複雑であるから、これらに通常の書物の結果がそのまま適用できる場合は少ないが、条件を理想化すれば近似的ではあるが理論式を導くことができる。すべての理論解析においては条件が理想化されるために、それらの結果は定性的意味しかもたないことが多く、量的正確さは応力測定などによって検討されねばならない。

またすべての実験解析の結果は、それが行われた条件のもとでのみ正しいから、定量的意味しかもたないことが多い。膨大な時間と費用を用いても実験のみによって完全な定性的結果は得られないし、いかに複雑な計算を行っても理論のみによって完全な定量的結果は得られない。理論解析と実験解析とは互いに長所を生かして用いられねばならない。』

この知見が現在にあっても新しいのは、単に理論と実験の相互扶助を言うのではなく、その論拠として、理論解析が定性的な性格のものであることを明確に主張している点にあります。ひるがえって、我々が営むFEMによる解析は理論解析と実験解析の中間的な位置にあります。両者の長所を備えていると同時に、FEMの中途半端な定量性が本来定性的であるべき理論的な評価を台無しにするおそれがあることを、我々は認識すべきではないかと考えます。

材料力学の世界には、60年代にFEM、80年代にはCAEという造語が現れました。これは、医学という学問に医療という臨床のための技術が加わった状況に似ています。医学に限らず臨床の現場では、時間や費用、あるいは周囲の思惑といった世俗的な制約が学問に先行します。CAEも全く同様で、その場その場の刹那的な要求に応じられなければ周囲の支持を失ってしまいます。FEMの定量性はそのような場面でアピールされるべきでしょう。

しかしこのような現実に押し流されることなく、CAEが輝きを失わないようにすることも我々には重要な課題です。そのためには解析結果が単に場当たりの結論ではなく、その上に定性的な普遍性が与えられていること、すなわち抽象的な結論に帰していることが必要ではないかと私共は考えます。新しい視点から古典に帰ろうというのが私共の立場です。

最近ミシガン大学の菊池昇先生は、80年代以降20年間にわたって使われてきたCAEという用語に替えて、DE(Digital Engineering)という概念を提唱されています。我々も非力ではありますが、エンジニアリングの本質を衝くための一翼を担うため、FEMの臨床技術の向上を社業として進めて参ります。皆様のご理解を頂ければ幸いです。

この趣旨の下、今回は塑性加工解析における材料データの同定について紹介します。本稿の作成にあたっては日本塑性加工学会から発刊されている図書をはじめ、参考文献(7)~(10)を広く参照させて頂きました。

なお、より小さなひずみ領域に対する弾塑性モデルの同定については既刊の弊社ニュースレター⁽⁶⁾を参照下さい。

【2】応力 - ひずみ曲線と変形抵抗⁽⁷⁾

塑性変形の最も基本的な形態は丸棒や帯板の一方方向への引張変形であり、材料選定の基本となります。従って引張試験が材料の力学的特性を調べるための試験法として広く利用されており、例えばJISを例にとると、引張試験方法(JIS Z 2241)、試験片(JIS Z 2201)などが規定されています。

引張試験を行う際には、Fig.1に示すように、初期標点距離 ℓ_0 、初期断面積 A_0 の引張試験片に連続的に増加する引張荷重 W を加え、荷重と同時に試験片の標点距離 ℓ 、または伸び $\ell - \ell_0$ を測定します。このデータから次式を用いて公称応力 s と公称ひずみ e を求めた公称応力 - 公称ひずみ曲線を模式的にFig.2(図中の実線)に示します。

$$\text{公称応力} \quad s = \frac{W}{A_0} \quad \dots (1)$$

$$\text{公称ひずみ} \quad e = \frac{\ell - \ell_0}{\ell_0} \quad \dots (2)$$

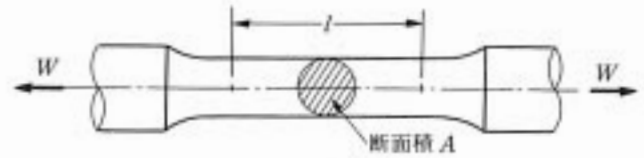
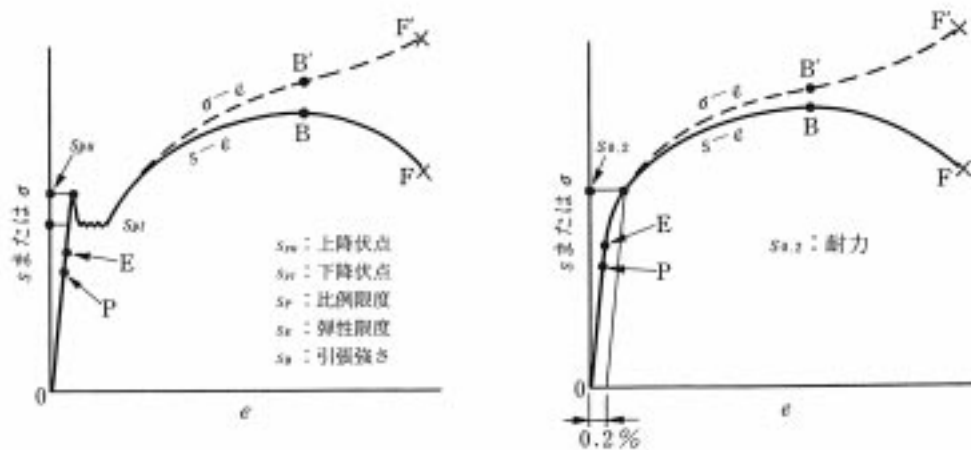


Fig.1 引張試験

Fig.2(a)は軟鋼やAl-Mg合金のように明瞭な上降伏点および下降伏点が現れる材料、またFig.2(b)は銅やアルミニウムのように明瞭な降伏点を示さない材料を表します。図中、点Pが応力とひずみの直線な関係、すなわち、フックの法則が成り立つ範囲の限界であるとき、点Pの公称応力 s_p を比例限度と呼びます。また、点Eが材料に永久変形を生じない限界であるとき、点Eの公称応力 s_e を弾性限度と称します。比例限度も弾性限度も測定の精度に大きく依存するので、実用上は降伏点を評価の対象にすることが多く、工業的な目的には、降伏点を弾性変形の限界とするのが通常です。

軟鋼のように明瞭な降伏点を示す材料の場合、上降伏点 s_{yu} を降伏点とみなすことも多いのですが、 s_{yu} の値は試験機の剛性、引張速度などに敏感であるので、安定した値を示す下降伏点 s_{yl} を降伏点として採用することもあります。一方、非鉄金属材料のように明瞭な降伏点を示さない材料の場合は、一定の永久ひずみ(通常は0.2%の永久ひずみ)を生じる公称応力 $s_{0.2}$ を降伏応力とみなし、耐力と呼びます。

降伏応力を過ぎると、巨視的にも塑性変形を生じて、試験片をさらに変形させるために必要な応力は増加し、公称応力の最大値(点B)に達します。この最大値 s_B を引張強さ(UTS)と呼びます。点B、すなわち最大荷重点に達するまでは、試験片の標点間の材料はほぼ一様に変形しています。これに対して延性に富む材料の場合、最大荷重点を過ぎると変形が試験片の一部に集中するようになり、外見的には試験片にくびれを生じ、やがて破断に至ります。試験片が破断したときの標点距離 ℓ_f および最小断面積 A_f を測定し、次式で定義される破断伸び δ (全伸び)、絞り ϕ を求め、その材料の延性の目安に使用します。



(a) 軟鋼の応力-ひずみ曲線 (b) 非鉄金属の応力-ひずみ曲線

(実線：公称応力-公称ひずみ曲線，破線：真応力-公称ひずみ曲線)
 s ：公称応力， σ ：真応力， e ：公称ひずみ

Fig.2 引張試験の結果

$$\text{破断伸び } \delta = \frac{\ell_f - \ell_0}{\ell_0} \quad \dots (3)$$

$$\text{絞り } \varphi = \frac{A_0 - A_f}{A_0} \quad \dots (4)$$

また、最大荷重点Bまでは材料はほぼ一様に变形しているとみなすことができ、点Bにおけるひずみ e_B を一様伸びと呼びます。

ここまで述べた比例限度、弾性限度、上・下降伏点、耐力、引張強さは、すべて各点における荷重 W を試験片の初期断面積 A_0 で割った(1)式の公称応力として定義されています。これに対して(5)式に示すように、荷重 W を各点における試験片の最小断面積 A で割った応力を真応力と呼び、引張試験における真応力 - 公称ひずみ曲線はFig.2の破線で示されます。

变形が微小の場合は、公称応力と真応力の値にほとんど差がありません。一般的には10%以下のひずみの領域がこれにあたります。しかし塑性加工のように大きな塑性变形を生じている場合は、みかけの応力としての公称応力ではなく、実際に材料の各部に生じている真応力が問題となります。したがって以下では、応力は(5)式で定義される真応力 σ によって評価することにします。

また、变形が大きい場合には、(2)式で定義した公称ひずみ e の使用にも問題が生じます。公称ひずみ e には加算性がない⁽⁸⁾ため、变形が大きい場合には(6)式で定義される対数ひずみ ε を用います。 ε は真ひずみとも称します。

$$\text{真応力 } \sigma = \frac{W}{A} \quad \dots (5)$$

$$\text{対数ひずみ } \varepsilon = \ln \frac{\ell}{\ell_0} = \ln(1+e) \quad \dots (6)$$

一般に、圧縮は引張りの符号を反転させたものとして解釈するのが妥当ですが、公称ひずみ e を用いると無限大の長さに引っ張る場合のひずみは+ であるのに対して、厚さが極限的に零になるまで圧縮するときのひずみは -1 となって有限値になるという不都合があります。これに対して対数ひずみ ε を用いれば、引張りと圧縮の両極限に対するひずみが \pm となることから、対数ひずみを使用することの合理性が理解できるでしょう。变形が小さい場合は、公称ひずみ e と対数ひずみ ε の数値的な差はほとんどありません。以下では、単にひずみと称するとき、対数ひずみ ε を意味するものとします。

引張試験における真応力 - 対数ひずみ曲線を模式的にFig.3(a)に示します。図中の点Aにおける降伏応力 Y は、降伏点または耐力に対応する応力です。図中の任意の点Cで除荷すると ε^e のひずみの一部 ε^e が弾性变形によって回復し、塑性分は ε^p のひずみとして残留することになります。この塑性ひずみは(7)式のように表されます。

$$\varepsilon^p = \ln \frac{\ell}{\ell_0} - \frac{\sigma}{E} \quad \dots (7)$$

塑性ひずみを横軸にとって真応力 - 塑性ひずみ曲線を描くと、Fig.3(b)のようになります。塑性域における応力 σ は、变形に対する抵抗力を表すので变形抵抗とも呼ばれます。従ってこの応力 - ひずみ曲線を变形抵抗曲線と呼ぶことがあります。

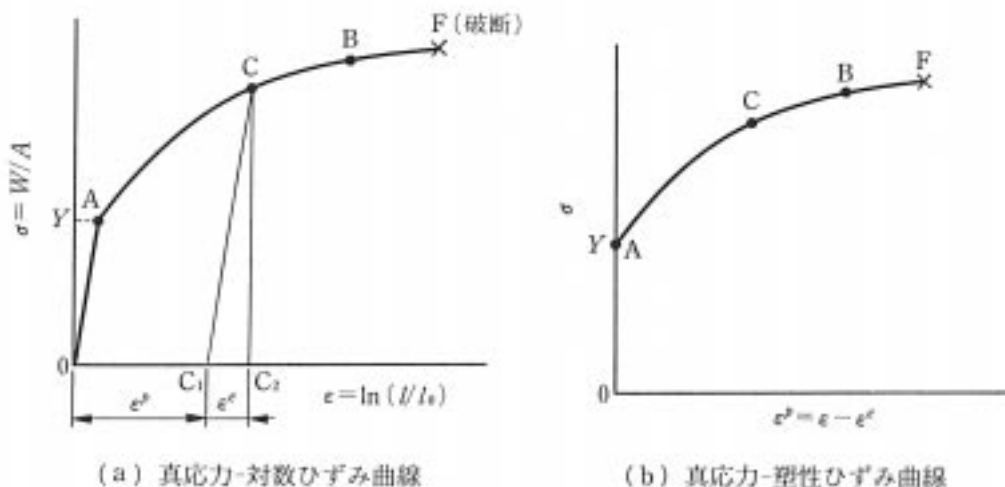


Fig.3 引張試験の真値による整理

一般に、塑性加工で対象とするひずみ ϵ の値は大きく、弾性ひずみ ϵ_e の値は ϵ の値に対して無視することができます。特に断らない限り σ は単に σ として表されます。このような場合Fig.3(b)の応力 - ひずみ曲線(変形抵抗曲線)を以下のような関数で近似することが行われます。これらのうち(10)式はよく使用され、指数 n は n 値あるいは加工硬化指数、 F は塑性係数などと呼ばれます。

$$\sigma = Y + F \epsilon^n \quad (\text{Ludwik の式}) \quad \dots (8) \qquad \sigma = c (\epsilon_0 + \epsilon)^n \quad (\text{Swift の式}) \quad \dots (9)$$

$$\sigma = F \epsilon^n \quad (n \text{ 乗硬化則}) \quad \dots (10)$$

【3】引張試験における問題点

引張試験は最も一般的な試験法ですが、Fig.2に示したように荷重の極大値以降の領域では剛性が負となるため、変形の挙動が不安定となる難点があります。すなわち何らかの要因で1ヶ所の変形が先行すると、その点で変形が選択的に進み、くびれとなるため、一様な材料データを得ることができなくなります。ここでは、くびれの発生条件について検討してみましょう。

3.1 単軸試験における拡散くびれ

くびれの発生を荷重の微係数の変化から考えます。(11)式の右辺第一項は加工硬化による変形抵抗の増大を示し、第2項は断面積の減少(引張では dA は常に負であることに注意)による荷重負担能力の低下を意味しています。

$$dW = d(\sigma A) = Ad\sigma + \sigma dA \quad \dots (11)$$

すなわち単軸の場合は、断面積の減少の効果が加工硬化を上回ることが、くびれをもたらすということができます。このようにくびれを拡散くびれと呼びます。ここで塑性変形が体積一定 ($A\ell = \text{const}$) の条件下で進むと仮定して(11)式を変形し、これが0となる条件を求めます。

$$dW = \sigma A \left(\frac{d\sigma}{\sigma} + \frac{dA}{A} \right) = \sigma A d\epsilon \left(\frac{1}{\sigma} \frac{d\sigma}{d\epsilon} - 1 \right) = 0 \quad \dots (12)$$

従って、(13)式が単軸引張におけるくびれ発生条件となります。ここで変形抵抗曲線として(10)式の n 乗硬化則を仮定すると(13)式は(14)式ようになり、対数ひずみが材料の n 値に一致したときにくびれが開始する、という興味深い結果となります。尚、(13)式の Z はサブタンジェント(接線影)と呼ばれます。

$$\frac{1}{Z} = \frac{1}{\sigma} \frac{d\sigma}{d\epsilon} = 1 \quad \dots (13) \qquad Z = n \quad \dots (14)$$

3.2 薄板の拡散くびれと局部くびれ⁽⁸⁾

薄板を引張る場合も、最大荷重点近傍でFig.4のような板幅方向のくびれを伴う局所変形を生じますが、このくびれは単軸引張の場合と同様に拡散くびれと呼ばれます。この拡散くびれは、ある程度の広がりを持ったくびれですが、くびれの外側の材料によって変形が強く拘束されるため、急激には進行しません。

拡散くびれの考え方は単軸の場合と同じです。引張方向を X 軸とすれば、応力 σ_1 とひずみ ϵ_1 を用いて(13)式を書き直すと拡散くびれの発生条件は次式となります。 n 乗硬化則を仮定したときの発生条件も、単軸の場合と同様に(16)式となります。

$$\frac{d\sigma_1}{d\epsilon_1} = \sigma_1 \quad \dots (15) \qquad \epsilon_1 = n \quad \dots (16)$$

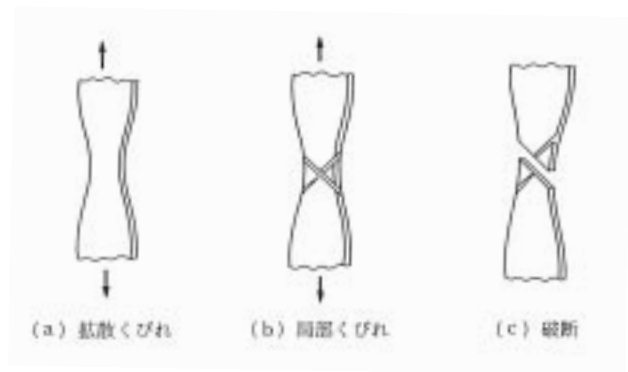


Fig.4 薄板の引張りにおけるくびれと破断

薄板をさらに引張ると、Fig.4(b)に示すような板厚方向のくびれが発生します。このタイプのくびれは局部くびれと呼ばれます。局部くびれが発生すると、変形はその部分にのみ集中して板は急速に破断に至るので、実質的には局部くびれの発生条

件が板の破断条件であると考えてよいでしょう。Hillは局部くびれは伸びのない方向に発生し、その発生条件はくびれに直交する方向の最大荷重条件で与えられるとしました⁽⁴⁾⁽⁹⁾。

これはFig.5の X'_2 方向のひずみ増分が0である事を示しています。この条件(平面ひずみ条件に相当します。)が成立することで、この帯状の部分は両側の部分から完全に独立して、板厚方向に凹むことができます。いま、Fig.5を参照しながら局部くびれの発生方向を計算してみましょう。 X_1 軸方向の単軸引張では $d\varepsilon_1/d\varepsilon_2 = -2$ なので、 X_1 軸より傾いた局部くびれ方向 X'_2 のひずみ増分 $d\varepsilon'_2$ が零となる条件から次の結果が得られます。

$$d\varepsilon'_2 = d\varepsilon_1 \cos^2 \theta + d\varepsilon_2 \sin^2 \theta = 0 \quad \text{より} \quad \tan^2 \theta = -\frac{d\varepsilon_1}{d\varepsilon_2} = 2, \quad \theta = 54.4^\circ \quad \dots (17)$$

このときの X'_1 方向の最大荷重条件は、板厚を t とおくと(18)式のようになります。更に、 $dt/t = d\varepsilon_3 = -d\varepsilon_1/2$ であることを考えると局部くびれの発生条件は(19)式となります。従って(10)式の n 乗硬化則を仮定したときの条件は、(20)式となります。

$$d(t\sigma'_1) = \sigma'_1 dt + t d\sigma'_1 = 0 \quad \dots (18)$$

$$\frac{d\sigma'_1}{d\varepsilon_1} = 2\sigma'_1 \quad \dots (19)$$

$$\varepsilon_1 = 2n \quad \dots (20)$$

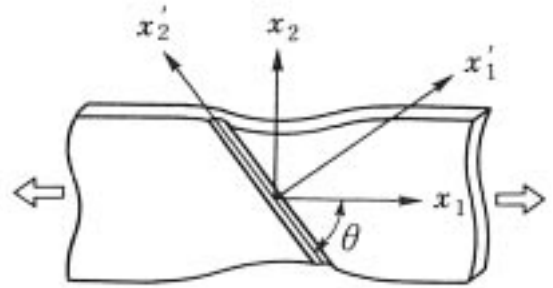


Fig.5 2軸応力下の局部くびれ

以上(16)式と(20)式の結果から、 n 乗硬化則を仮定した薄板の引張では、 n 値に等しいひずみで拡散くびれ、 n 値の2倍のひずみで局部くびれを生ずるという重要な結論が得られます。またこれらの理論を拡張し、一般的な2軸応力場に適用した結果については、参考文献(7)~(10)を参照して下さい。

3.3 FEM 解析の例

薄板の引張りを例に取り、実際にFEM解析を行った例を示します。諸元は以下の通りです。

- 形状 : 板幅 10mm, 板厚 1mm
- n 乗硬化則 : $\sigma = 500 \varepsilon^{0.2}$ [MPa]

Fig.6は、MSC.Marcの平面応力要素(タイプ3)に剛塑性流れの手法を適用して解析した結果です。図中 X 軸方向に一樣な引張が加わる1/4モデルであり、図の左下隅が板の中央に相当します。この図は(20)式に示した局部くびれの発生条件 $= 2n = 0.4$ まで引張った状態であり、板厚の変化をプロットしています。初期不整としてモデル左下隅の要素1つの初期の板厚を僅かに薄くしました。

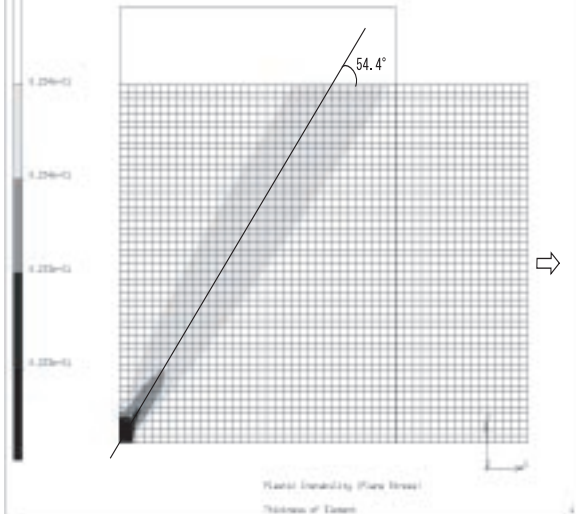


Fig.6 薄板の局部くびれの発生

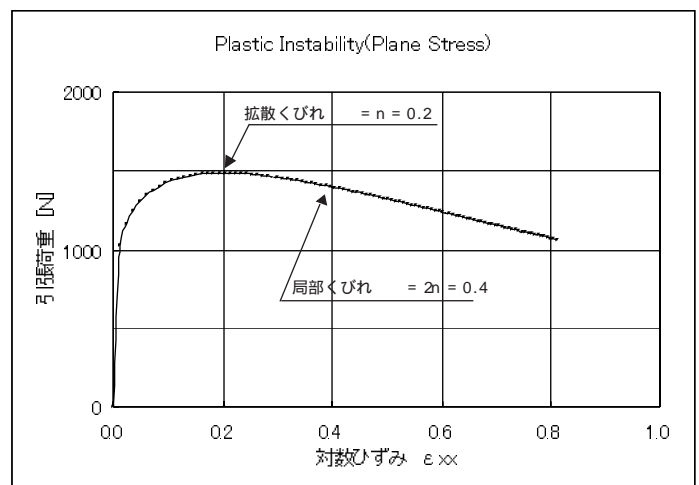


Fig.7 荷重 - ひずみ関係

この結果、この要素を起点として(17)式に示す54.4°の方向に帯状の局部くびれを生じ、この部分の板厚が周囲に比べ薄くなるとうしていることがわかります。Fig.7は引張り方向のひずみと荷重の関係を示します。局部くびれの発生に先立ち、(16)式の拡散くびれの発生条件 $n=0.2$ において、荷重は極大値を示していることがわかります。

【4】硬化則の例⁽⁸⁾

最後に、実際の金属材料について、硬化則の例を示しましょう。Fig.8に各種の変形抵抗の実測値と近似式の比較を示します。近似式としては、(8)~(10)式のタイプが用いられており、材料によって適切なものを選択すべきであることがわかります。またFig.9は、よく使用されるn乗硬化則についてn値による挙動の違いを示したものです。n値が大きいほど加工硬化が大きく表現されることがわかります。

現実の材料ではn値の最大値はおよそ0.5であるので、くびれなしに引張ることのできるひずみ量は、最大でも50~60%を超えることはありません。塑性加工解析のように、より大きなひずみ領域に対する材料定数を同定するには、くびれの影響を避けるために圧縮試験を適用することがあります。実施例については次号のMech D&A Newsで紹介します。

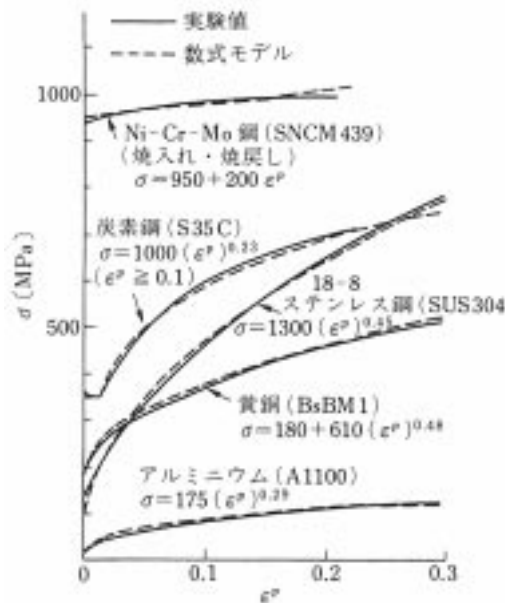


Fig.8 変形抵抗曲線の例

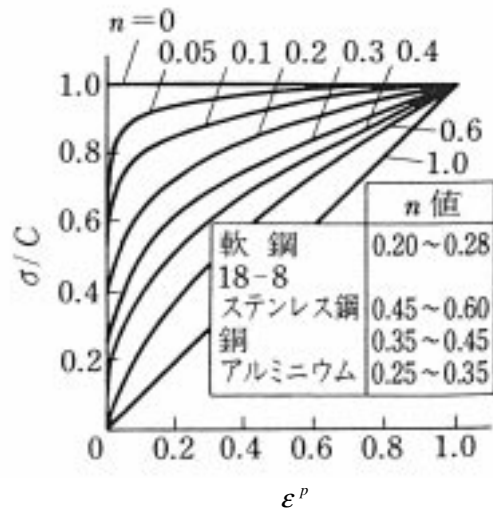


Fig.9 n乗硬化則の例

参考文献

- (1) 中原, 材料力学(上, 下), 養賢堂, 1964.
- (2) 鶴戸口, 材料力学(上, 下), 裳華房, 1964.
- (3) 津村他, 強度設計データブック, 修正版, 裳華房, 1965.
- (4) 山田, 塑性力学, 日刊工業新聞社, 1965.
- (5) 平, 金属材料の高温強度, 養賢堂, 1968.
- (6) Mech D&A News, Vol.97-3, 弾塑性材料試験支援キット, メカニカル・デザイン・アンド・アナリシス, 1997.
- (7) 日本塑性加工学会, 塑性加工技術シリーズ2, 材料, コロナ社, 1994.
- (8) 吉田, 弾塑性力学の基礎, 共立出版, 1997.
- (9) Hill, R. (鷲津, 山田, 工藤訳), 塑性学, 培風館, 1954.
- (10) Backofen, W.A. (戸澤訳), 金属塑性と加工, コロナ社, 1980.

表紙: シマフクロウ, 郡山貴三, (社)時事画報社, フォトライブラリ.

* MSC.Marcは日本エムエスシー株式会社殿の製品です。