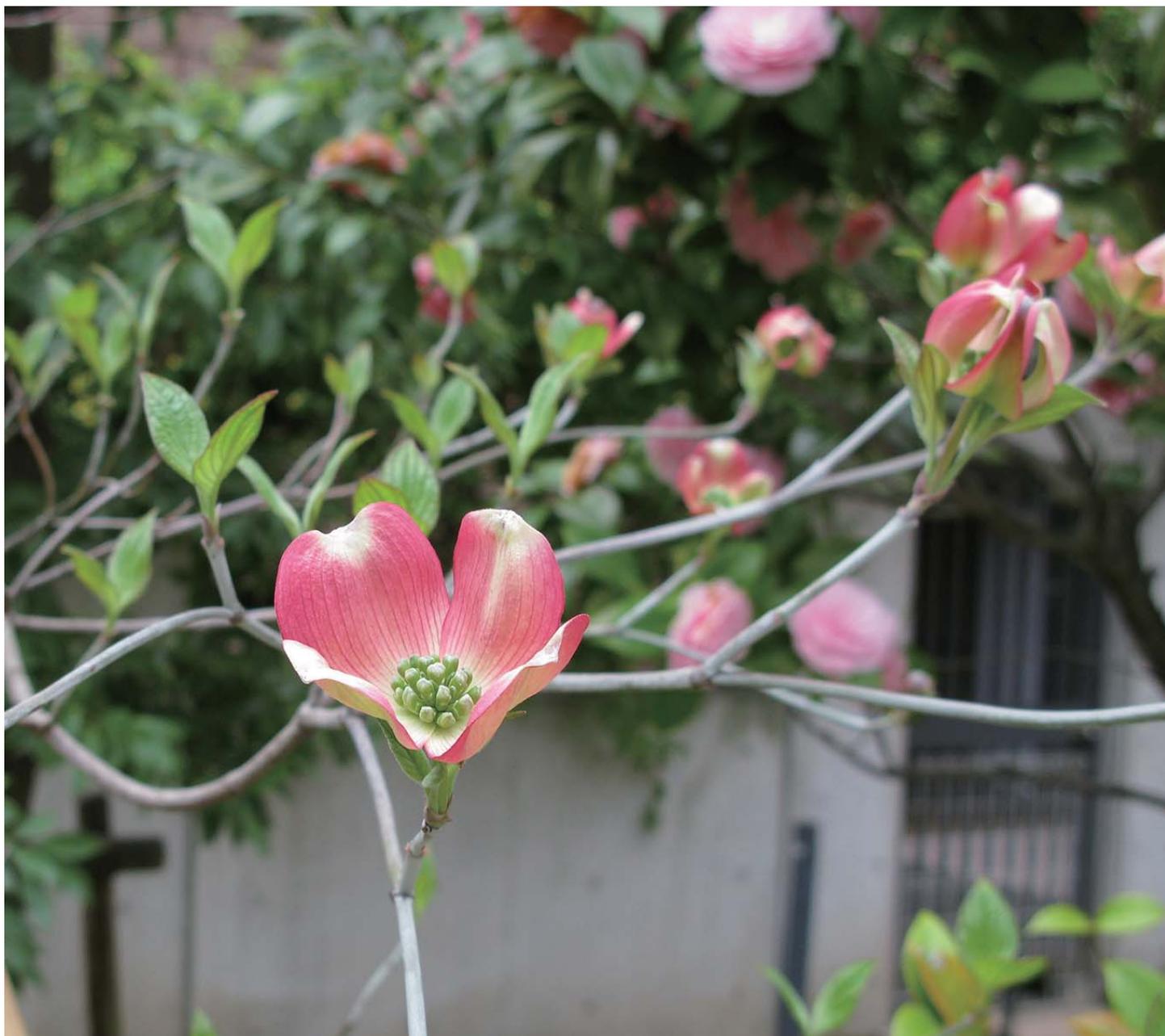


vol. 2012-1

Mech D & A News

Mechanical Design & Analysis Co.

April 2012



東京・四ツ谷, 2011年4月

【特集】 Abaqus/CFDによる流体解析

(その1 円柱まわりの流れ, カルマン渦の発生)

*FEM Consulting Services for Engineering Practice
Find Innovation in Tradition 2008-2019*

【1】はじめに

我々の周囲はいたるところ流体に満ちています。したがって流体力学の対象となる問題はいくらかでもあるはずですが、流れは単に目に見えないだけでなく、次の3つの振舞いを理解することが難しいために実用的な応用を難しいものになっています。

- I. 固体に比べて著しく変形しやすく、その程度は粘性に依存する。
- II. 固体表面との相互作用、具体的には固体表面への付着、境界層の発達、およびはく離が重要な課題となる。
- III. これらに関連して層流から乱流への遷移を生ずる。

近年、Abaqus のラインアップに流体解析機能 Abaqus/CFD が加わり、構造系のエンジニアにとって流体解析がより身近なものになりました。これまで、CFD 単独のソフトウェアは複数あり、FSI (Fluid Structure Interface) などの手法を用いて構造解析と組み合わせる試みも少なからずありました。しかし、強い非線形問題が扱える構造系のソフトウェアに CFD がダイレクトに組み込まれることは、これまでと異なる利便性をユーザに提供してくれます。特に流体と構造の連成は、もっとも期待される分野となるでしょう。今回は、構造系のエンジニアが初めて CFD を扱うという視点に立ち、一様な流れの中に置かれた円柱まわりの流れを取り上げ、カルマン渦の発生とそれによってもたらされる円柱の振動を Abaqus/CFD を用いて解析を行いました。

【2】一様流れの中に置かれた円柱まわりの非定常流れ

一様な流れの中に円柱を置いたとき、円柱まわりに生ずる流れの様子について簡単に説明します。非圧縮性の粘性をもった流れの運動方程式として、次のような Navier-Stokes の方程式を考えます。

$$\rho \frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\text{grad}p + \mu\Delta\mathbf{u} \quad \dots (1)$$

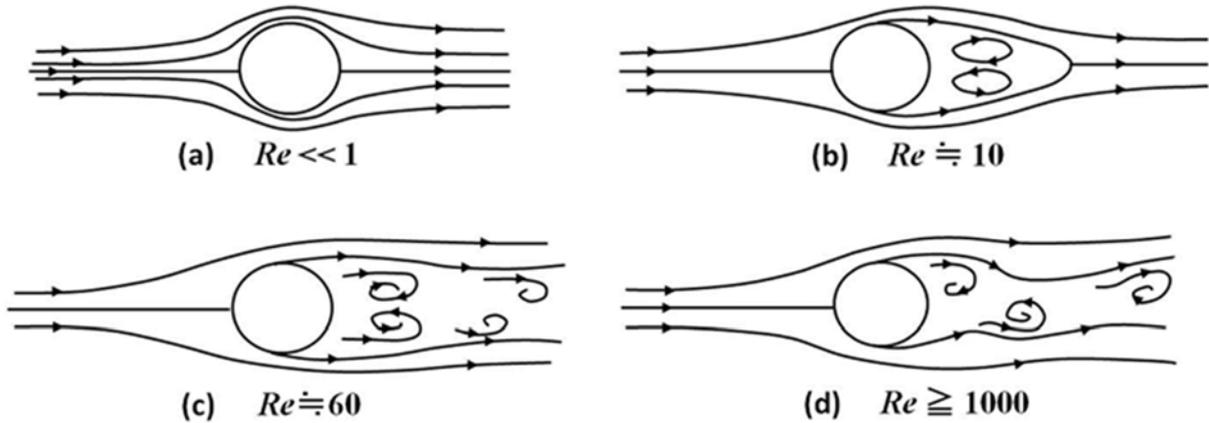
[慣性力] [圧力] [粘性力]

ここで、 ρ は密度、 \mathbf{u} は速度ベクトル、 t は時間、 p は圧力、 μ は粘性係数を表わします。このとき、(1)式は慣性力と圧力、粘性力が釣り合っていることを意味しています。流れ解析の目的は、幾何学的な境界条件の下で(1)式を解き、圧力と流速の関係を知ることにあります。幾何学的な境界条件というのは、流体と固体が接触する界面を意味しています。固体表面には必ず微小な凹凸があるため、粒子はその粘性作用によって、表面に完全に捕捉されてしまいます。すなわち、固体表面において流速はゼロ（滑り無し）の条件が達成されているということが重要な仮定になります。そこで、粘性力の影響を相対化するために、[慣性力]/[粘性力]という指標を採用します。流れの代表寸法を L 、代表速度を U とすれば、 $D/Dt \sim L/U$ 、 $\Delta \sim 1/L^2$ であるので、次の式のように表わされます。

$$\frac{[\text{慣性力}]}{[\text{粘性力}]} = \frac{\rho \frac{U}{L/U}}{\mu \frac{U}{L^2}} = \frac{\rho UL}{\mu} = Re \quad \dots (2)$$

ここで、 Re はレイノルズ数と呼ばれる無次元数です。(1)式の Navier-Stokes の方程式は無次元化するとレイノルズ数にだけ依存することが知られています。すなわち、境界の形状が幾何学的に相似な流れは、レイノルズ数が等しければ流れの場全体が相似になる、という重要な結論が導かれます。単に流速が大きいだけでなく、密度が大きいこと、粘性が小さいこと、物体が大きいことによってもレイノルズ数が大きくなり、流れ場に同等の影響を与えます。したがって、レイノルズ数は、無次元化された流速を代表していると言えます。

一様な流れの中に置かれた円柱のまわりに生ずる流れの様子（流線の様子）を Fig.1⁽¹⁾に示します。物体まわりの流れとしては、この一様な流れと円柱の組み合わせがもっとも簡単な問題になると考えられます。流れの様子はレイノルズ数によって変化します。Fig.1 の(a)は、レイノルズ数が非常に小さい場合の流れです。流線の形状は上下に対称であるだけでなく、円柱の前後方向にも対称性を持っています。レイノルズ数を上げると、この前後の対称性が崩れ、下流側の流線の間隔が開いてきます。レイノルズ数が 10 くらいになると、円柱の下流に閉じた流線の領域が現れてきます。この領域の上半分では時計回りに、下半分では反時計回りに流体が回転し、いわゆる渦が発生します。この状態が Fig.1 の(b)に相当します。

Fig. 1 円柱まわりに生ずる流れの様子⁽¹⁾

レイノルズ数が大きくなるにつれ、渦が長くなります。レイノルズ数が 60 を超えると Fig.1 の(c)のように円柱の下流は不安定になり、渦は上下方向に振動を始めます。振動が激しくなると、例えば渦が上方に動いた位相では上側の渦がより成長して長く伸び、渦の上下の対称性が崩れます。成長した渦は周囲の主流に乗って流されます。その結果、もう一方の渦が成長を始め、ついにはその渦も円柱を離れて流されます。このように円柱の背後にあった上下に對の渦は、交互に規則正しく並んで 2 列の渦を形成します。この 2 列の渦をカルマン渦列と呼びます。円柱に接近してくる主流そのものは定常な一様流れであるにも関わらず、円柱の下流側では周期的に変動する流れが現れることがカルマン渦列の特徴です。

Fig.1 の(d)で示すように、レイノルズ数が 10^3 程度になると、渦が複雑に混じり合い、円柱背後の流れは時間的にも空間的にも極めて不規則に変動します。いわゆる乱流と呼ばれる状態です。ただし、円柱背後から上下に離れた領域の流れは定常性を保ち、流線は規則正しく滑らかな形状を維持し続け、いわゆる層流状態で流れます。

【 3 】 一様流れの中に置かれた円柱まわりの非定常流れの解析

3.1 解析モデル

Fig.2 に今回の解析で使用したモデルを示します。流体は 20°C の水を仮定し、密度 $\rho = 998 \text{ kg/m}^3$ 、粘性係数 $\mu = 1.002 \times 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{sec}$ としました⁽²⁾。また、円柱の直径は $d = 8 \text{ mm}$ としました。カルマン渦は本来 2 次元から検討を始めるべき問題ではありますが、Abaqus/CFD による流体解析は 3 次元の扱いとなるため、垂直方向に 1 分割、厚さ 1 mm を持った 3 次元要素によるモデルとしました。

解析の領域に関しては、これまで多くの議論がなされてきました。今回の使用したモデルは円柱中心から流入側に 50 mm、流出側に 150 mm の距離をとり、側方領域の長さを 100 mm としました。この解析領域は、最近の知見⁽³⁾である流入側を 5d 以上、流出側を 15d 以上、側方領域の長さを 10d 以上という目安を満たすような領域にしました。カルマン渦が発生した場合、渦をいかに解析領域から排出するかが問題になります。すなわち、後流の排出による影響が上流に遡及しないようにすることが重要となります。例えば、下流に向かってメッシュ寸法を徐々に大きくすることによって、人工的に渦の拡散を促進させ、排出を安定化させることも可能であると考えられます。しかし、今回の解析では、均等なメッシュを採用しました。

また、円柱の存在によって流路が狭まる結果、流れが局所的に加速することも問題となります。この加速によって、物体の抗力はやや大きめの評価となることが予測されます。

3.2 境界条件

Fig.3 に境界条件を示します。2次元挙動を与えるために、表面と裏面の z 方向の速度はゼロとしました。モデルの側方境界では、 x 方向の速度を指定せず、側方への流出を抑えるために y 方向の速度成分をゼロとした、いわゆるフリースリップの条件を与えました。また、円柱面の境界条件は滑り無しの条件を仮定し、全速度成分をゼロとしました。この条件は、壁面に流体が付着している条件に相当します。

Abaqus では Navier-Stokes の方程式の解法に分離型解法を用いているため、モデル内に圧力の境界条件を与える必要があります。今回の解析では、流出境界の圧力を一様にゼロとしました。また、流入条件では x 方向に一様な速度を与えました。流入速度はレイノルズ数に応じて、(2)式から求めることができます。円柱まわりの流れの場合、代表長さとしては直径 d をとります。従来知見からは、レイノルズ数にして約 200 までの速度領域までは、乱流に関するモデリングを特に行うことなく解析が可能であることが知られているので、今回の解析では、そこまでの領域を対象としました。

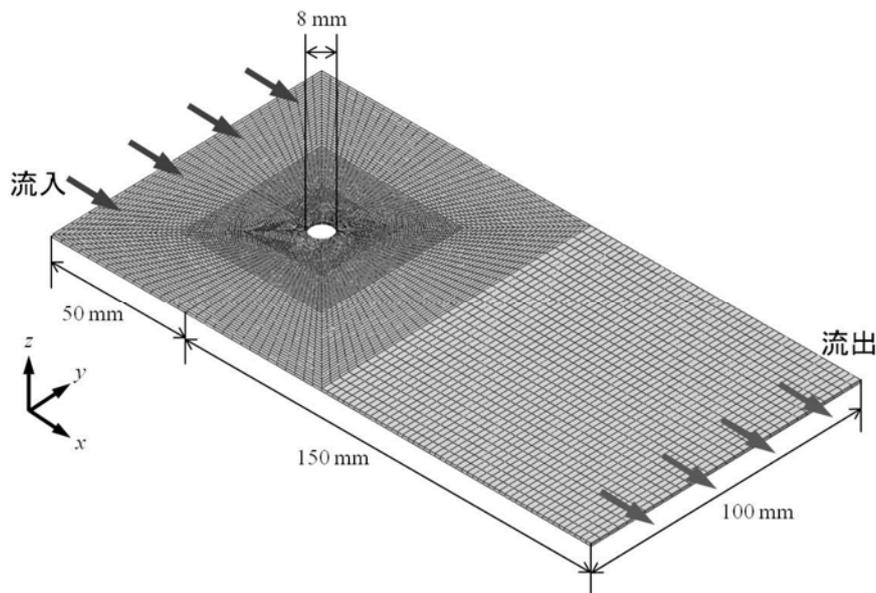


Fig.2 解析モデル

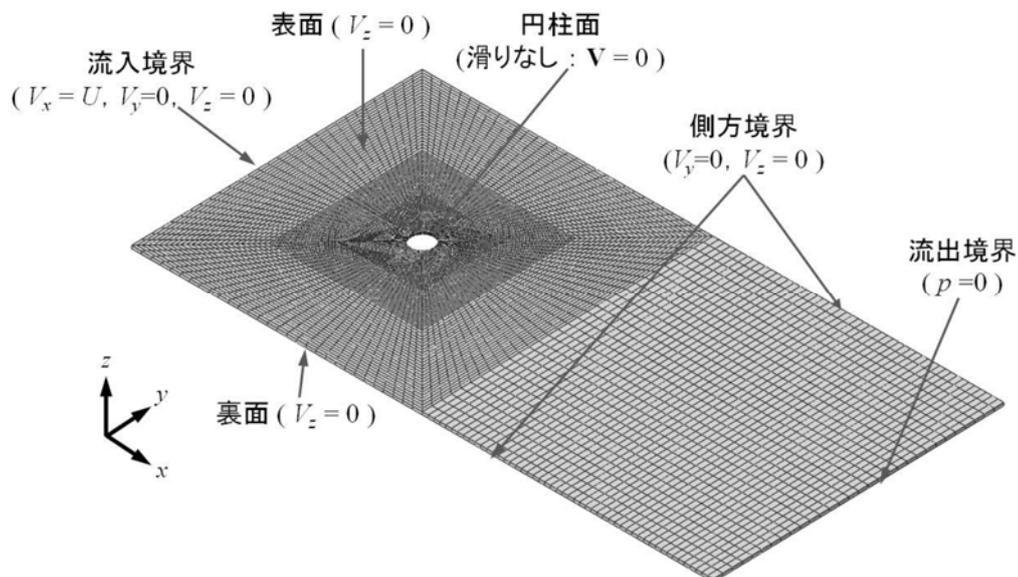


Fig.3 境界条件

【4】 解析結果

4.1 流れの様相

Fig.4 に代表的なレイノルズ数における実験結果⁽⁴⁾と解析結果の比較を示します。レイノルズ数が 1 より小さい Fig.4(a) の場合、円柱のまわりの流線は前後、及び上下対称になっていることが確認できます。レイノルズ数が 1 を超えた Fig.4(b) の場合、円柱の流線は前後非対称になります。さらにレイノルズ数が上がると円柱の後方に上下一対の渦が形成されることが Fig.4(c) から分かります。レイノルズ数が 60 を超えた Fig.4(d) では、渦が成長し、カルマン渦列が発生しています。それぞれ解析結果は、実験結果によく一致していることが確認できます。なお、流れの様相を可視化したアニメーションを弊社 HP に掲載しております。あわせて参照下さい。

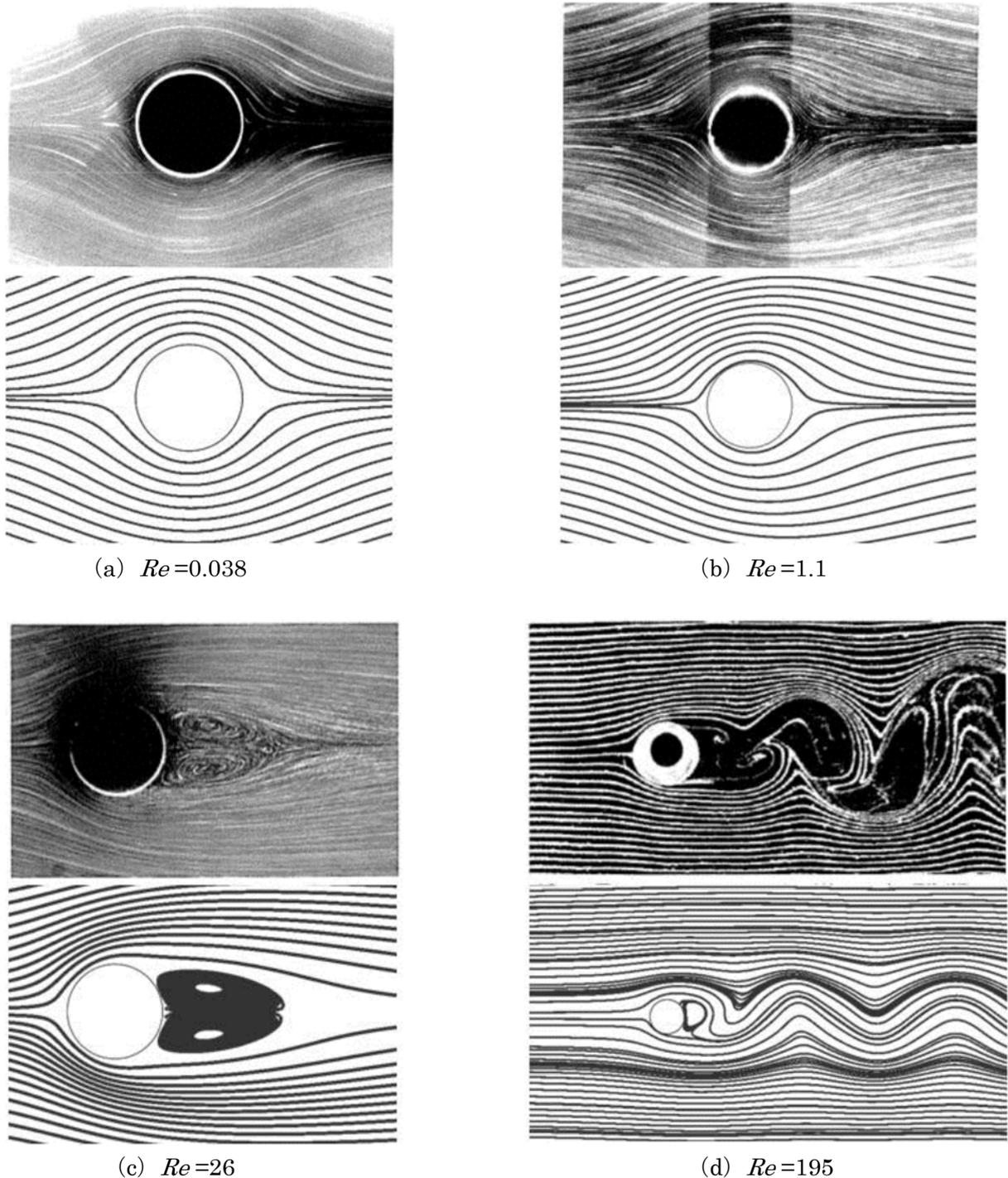


Fig.4 代表的な流線図 (上：実験結果⁽⁴⁾, 下：解析結果)

Fig.5 にレイノルズ数が中領域の解析結果，及びカルマン渦列が発生している場合の解析結果を示します．レイノルズ数が中領域の(a)，(b)，(c)の解析結果をみるとレイノルズ数が高くなるほど，円柱後方の渦の領域が長くなっていることが確認できます．またカルマン渦列が発生している時の解析結果では，レイノルズ数が上がると，カルマン渦列の発生が早くなり，渦の間隔が短くなります．

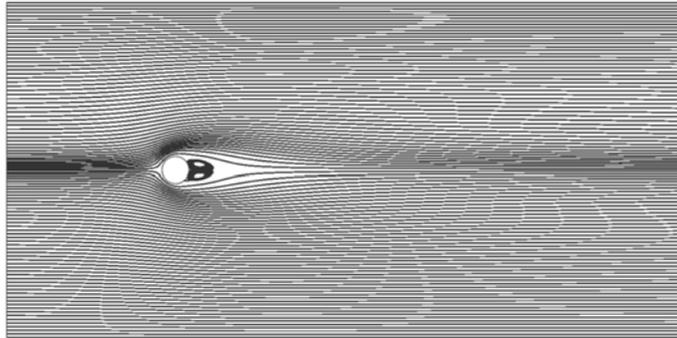
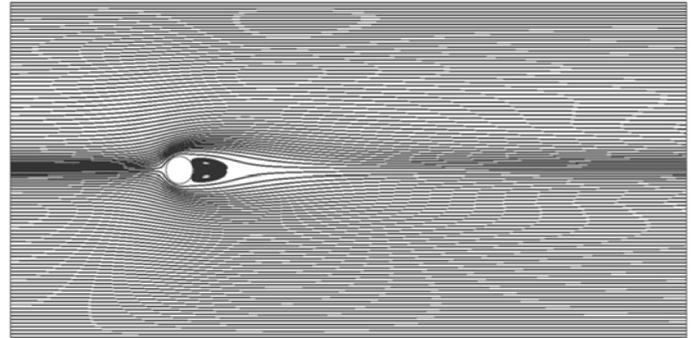
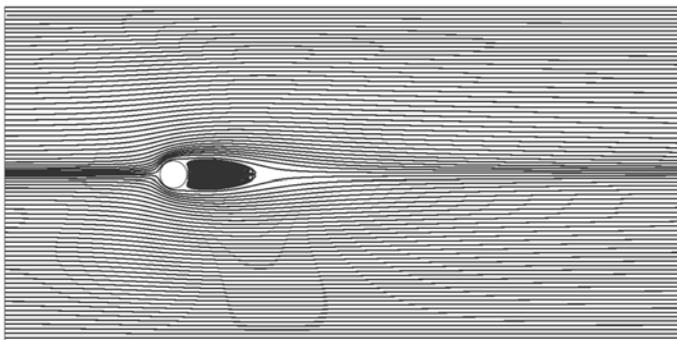
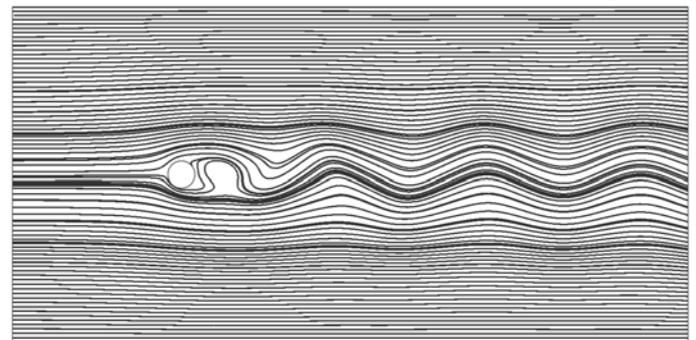
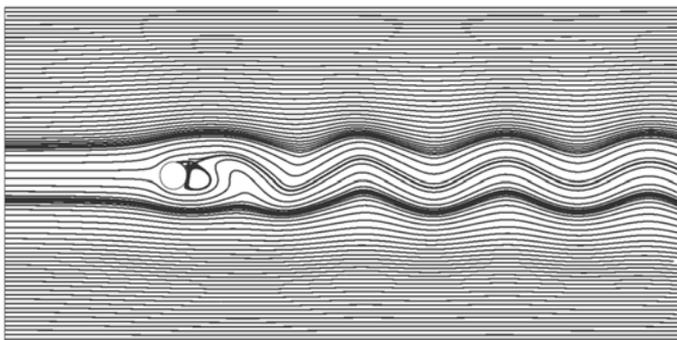
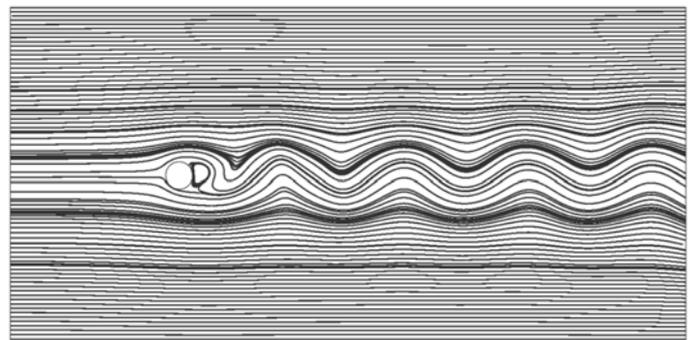
(a) $Re=20$ (b) $Re=26$ (c) $Re=50$ (d) $Re=80$ (e) $Re=100$ (f) $Re=195$

Fig. 5 解析結果 (流線図)

4.2 Re=50 における流れのはく離の評価

例えば Fig.4 (a), (b)を見ると、円柱の周囲の流線の間隔は前縁から中央までの領域では徐々に狭まり、中央から後縁までの領域では広がることがわかります。これは円柱の表面に沿って速度が増速し、その後、減速することを示しています。ベルヌーイの定理として知られるエネルギー保存の観点からは、速度と圧力は相反する関係にあるため、円柱に作用する圧力は、前縁のよどみ点（速度ゼロ）で最大値を示した後、増速によって減少、減速によって回復を示します。円柱後方の壁面に近い領域では、いわゆる境界層としてそもそも速度が小さく、更にこの減速を受ける結果、流れの運動エネルギーが使い果たされることがあります。すなわち、粘性の効果によって運動エネルギーが消費され尽くすと流れは静止し、逆に圧力の低い方に押されて逆流を生じる結果、流れは壁面からはがれることとなります。これが境界層のはく離と呼ばれる挙動です。

後述の円柱に作用する力の観点からは、このはく離を含む流れの圧力の効果が、その力の大半を占めるといわれています。Fig.6 に示す Re = 50 における円柱近傍の流速ベクトル図をみると、円柱先端を始点として時計回りに約 130° の角度のところで逆流域が発生していることが確認できます。また、はく離点での円柱表面における壁面せん断応力はゼロとなります。Fig.7 に Re = 50 における円柱面の壁面せん断応力分布を示します。Fig.7 から壁面せん断応力がゼロになる点は約 130° であることが分かり、流速ベクトルの図と同じ値になっていることが確認できます。

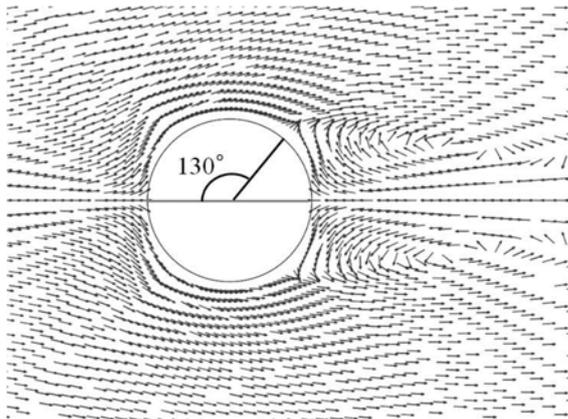


Fig. 6 Re=50 における円柱近傍の流速ベクトル

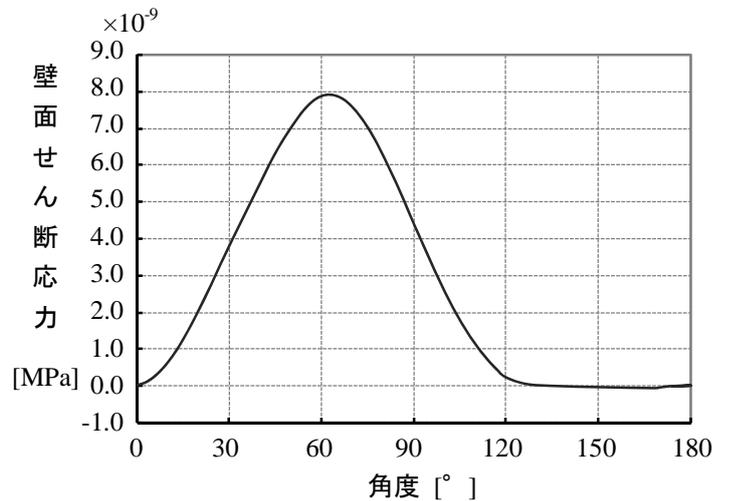


Fig. 7 円柱表面の壁面せん断応力分布

4.3 流体力の評価

物体が流体中に置かれている時、その物体には流れ方向の力（抗力）が発生します。この抗力は、表面摩擦と物体に働く圧力を足し合わせた力に相当します。また、この抗力 F_x は抗力係数 C_D によって次式で表わされます。

$$F_x = \frac{1}{2} C_D \rho U^2 S \quad \dots (3)$$

ここで、 S は物体の基準面積であり物体の形状や C_D の用途に応じて代表的な寸法をとります。例えば、自動車の場合は流れに直角な最大断面積（正面投影面積）、飛行機の翼の場合は翼の面積をとるのが一般的です。今回のような円柱まわりの流れの場合、流れに直角な最大断面積を考え、円柱の直径 d に厚さ t を掛けた以下の値が用いられます。

$$S = d \times t = 8 \times 1 = 8 \text{ [mm}^2\text{]} \quad \dots (4)$$

Fig.8 に実験結果⁽⁵⁾と解析結果の抗力係数とレイノルズ数の関係を示します。解析結果は実験結果よりも抗力係数が大きめの値となっています。これは3章で述べた通りです。しかし、曲線形状は概ね一致していることが確認できます。

4.4 ストローハル数の評価

ストローハル数は周期的に振動する流れのメカニズムを特徴づけるために使用される無次元の値です。カルマン渦列の周期性もこのストローハル数によって決められます。このストローハル数 St は、カルマン渦列の発生周波数 f を用いて次式で表わされます。

$$St = \frac{f \times d}{U} \quad \dots (5)$$

Fig.9 に実験結果⁽⁶⁾と解析結果及び、(6)式で与えられる Reyleigh の近似式、(7)式で与えられる Roshko の近似式のストローハル数とレイノルズ数の関係曲線を示します。ストローハル数の結果も抗力係数同様、解析結果が実験結果よりも高めの結果となっていることが確認できます。

$$St = 0.195 \times \left(1 - \frac{20.1}{Re}\right) \quad \dots (6)$$

$$St = 0.212 \times \left(1 - \frac{21.1}{Re}\right) \quad \dots (7)$$

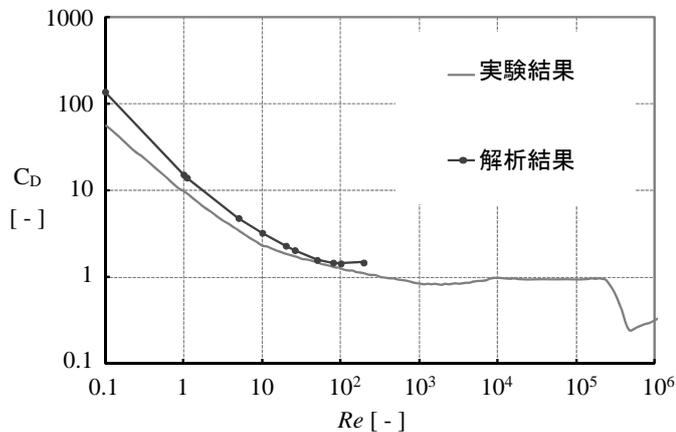


Fig. 8 抗力係数とレイノルズ数の関係

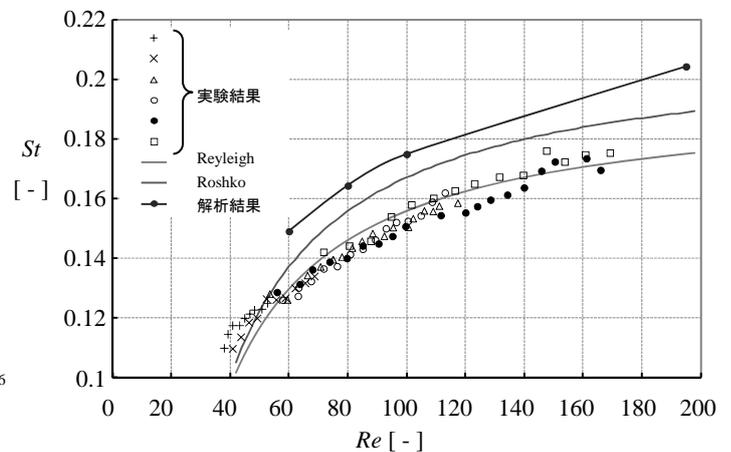


Fig. 9 ストローハル数とレイノルズ数の関係

【5】 まとめ

今回のニュースレターでは、Abaqus に新たに組み込まれた流体解析機能 Abaqus/CFD の適用性を調べるために、流れの中に置かれた物体と流れの相互作用に関わる問題として、最も基礎的な円柱まわりの定常流れの解析について紹介しました。今後、3次元を含めた乱流の解析、流体と構造の連成解析の検討を行ってゆく予定です。

参考文献

- (1) William, F. Hughes, and John, A. Brighton, 「Schaum's Outline of Fluid Dynamics」, McGraw-Hill. 1999.
- (2) 日本機械学会編, 「機械工学便覧 A5 流体力学」, A5-5, 丸善, 1986.
- (3) 土木学会 応用力学委員会 計算力学小委員会編, 「いまさら聞けない計算力学の常識」, pp.236-239, 丸善, 2008.
- (4) 日本機械学会編, 「写真集 流れ」, pp.2-5, 丸善, 1992.
- (5) 基礎流体力学編集委員会編, 「基礎流体力学」, p.71, 産業図書, 1989.
- (6) Zdravkovich, M.M., 「Flow around circular cylinders, Vol.1 Fundamentals」, p.61, Oxford University Press, 1997.

表紙：撮影は、雙葉学園・簡牛美紀氏による。

株式会社 メカニカルデザイン

〒182-0024 東京都調布市布田 1-40-2 アクシス調布 2階

TEL 042-482-1539 FAX 042-482-5106

E-mail:comm@mech-da.co.jp http://www.mech-da.co.jp/