

vol. 2002-3

# Mech D & A News

Mechanical Design & Analysis Co.  
December 2002



両界曼荼羅図・子島寺（奈良）

【特集】 Excel による弾塑性材料データの作成

# 【1】弾塑性材料の応力-ひずみ曲線

FEMを用いて弾塑性問題を扱う場合、最初に克服すべき課題は材料データの準備です。実業の分野では、十分な信頼性の下に引張試験のデータを取得することは多くの支出を伴い、更なる試験データをFEM用の入力形式に仕立て直すには、知識を必要とします。また温度依存性やひずみ速度依存性を考慮する場合には、単なる応力-ひずみ関係のプロットだけでは使い勝手が悪く、曲線近似の手法が必要となることも多いでしょう。今回は最も初歩的な例として応力-ひずみ関係のプロットから、Excelを用いてFEMの入力データを作成する手順を紹介しします。

塑性変形の最も基本的な形態は丸棒や帯板の一方方向への引張変形であり、材料選定の基本となります。従って引張試験は材料の力学的特性を調べるための試験法として広く利用され、例えばJISを例にとると引張試験方法 (JIS Z 2241)、試験片 (JIS Z 2201) などが規定されています。

引張試験を行う際には、Fig. 1に示すように、初期標点距離 $l_0$ 、初期断面積 $A_0$ の引張試験片に連続的に増加する引張荷重 $W$ を加え、荷重と同時に試験片の標点距離 $l$ 、または伸び $l-l_0$ を測定します。このデータから次式を用いて公称応力 $s$ と公称ひずみ $e$ を求めた公称応力-公称ひずみ曲線を模式的にFig. 2 (図中の実線) に示します。

$$\text{公称応力 } s = \frac{W}{A_0} \quad \dots (1)$$

$$\text{公称ひずみ } e = \frac{l-l_0}{l_0} \quad \dots (2)$$

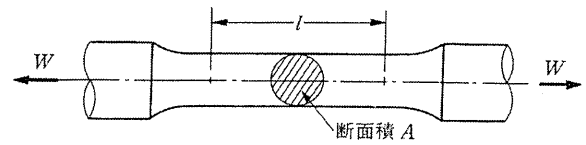
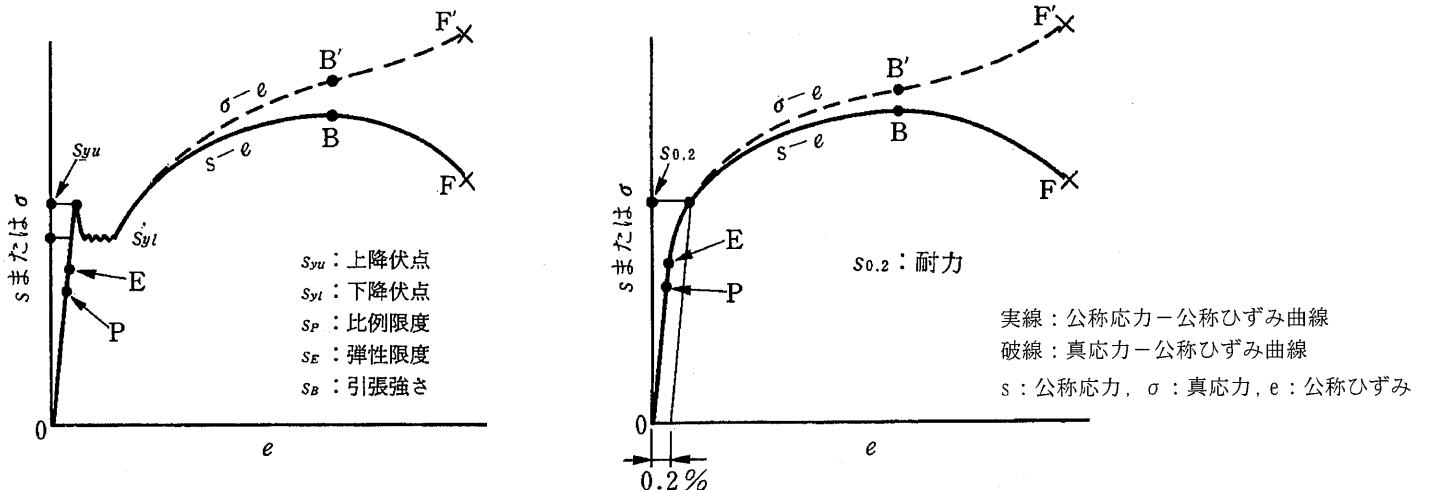


Fig. 1 引張試験

Fig. 2 (a) は軟鋼のように明瞭な上降伏点および下降伏点が現れる材料、またFig. 2 (b) は銅やアルミニウムのように明瞭な降伏点を示さない材料を表します。図中、点Pが応力とひずみの直線的な関係、すなわち、フックの法則が成り立つ範囲の限界であるとき、点Pの公称応力 $s_p$ を比例限度と呼びます。また、点Eが材料に永久変形を生じない限界であるとき、点Eの公称応力 $s_e$ を弾性限度と称します。比例限度も弾性限度も測定精度に大きく依存するので、実用上は降伏点を評価の対象にすることが多く、工業的な目的には、降伏点を弾性変形の限界とするのが通常です。

軟鋼のように明瞭な降伏点を示す材料の場合、上降伏点 $s_{yu}$ を降伏点とみなすことも多いのですが、 $s_{yu}$ の値は試験機の剛性、引張速度などに敏感であるので、安定した値を示す下降伏点 $s_{yl}$ を降伏点として採用することもあります。この $s_{yl}$ を示す平坦な部分を降伏棚と呼びます。一方、非鉄金属材料のように明瞭な降伏点を示さない材料の場合は、一定の永久ひずみ (通常は0.2%の永久ひずみ) を生じる公称応力 $s_{0.2}$ を降伏応力とみなし、耐力と呼びます。

降伏応力を過ぎると、巨視的にも塑性変形を生じて、試験片をさらに変形させるために必要な応力は増加し、公称応力の最大値 (点B) に達します。この最大値 $s_b$ を引張強さ (UTS) と呼びます。点B、すなわち最大荷重点に達するまでは、試験片の標点間の材料はほぼ一様に変形しています。これに対して延性に富む材料の場合、最大荷重点を過ぎると変形が試験片の一部に集中するようになり、外見的には試験片にくびれを生じ、やがて破断に至ります。試験片が破断したときの標点距離 $l_f$ および最小断面積 $A_f$ を測定し、次式で定義される破断伸び $\delta$  (全伸び)、絞り $\phi$ を求め、その材料の延性の目安に使用します。



(a) 軟鋼の応力-ひずみ曲線

(b) 非鉄金属の応力-ひずみ曲線

Fig. 2 引張試験の結果<sup>(1)</sup>

破断伸び  $\delta = \frac{l_f - l_0}{l_0} \dots (3)$

絞り  $\phi = \frac{A_0 - A_f}{A_0} \dots (4)$

また、最大荷重点Bまでは材料はほぼ一様に変形しているとみなすことができ、点Bにおけるひずみ $e_B$ を一様伸びと呼びます。

## 【2】真応力と対数ひずみ

ここまでに述べた比例限度、弾性限度、上・下降伏点、耐力、引張強さは、すべて各点における荷重Wを試験片の初期断面積 $A_0$ で割った(1)式の公称応力として定義されています。これに対して(5)式に示すように、荷重Wを各点における試験片の最小断面積Aで割った応力を真応力と呼びます。変形が微小の場合は、公称応力と真応力の値にほとんど差がありません。一般的には10%以下のひずみの領域がこれにあたります。

しかし塑性加工のように大きな塑性変形を生じている場合は、みかけの応力としての公称応力ではなく、実際に材料の各部に生じている真応力が問題となるため、微小ひずみの問題を除いてはFEMの入力データとして真応力を用いるのが適当です。例えばFig. 2の縦軸を真応力に換算してみると同図中の破線のようになります。公称応力の曲線ではB点で極大値を示していたものが、単調増加の曲線に改まるのがわかります。すなわち、引張によって試験片の断面積が減少すると耐荷性能は低下しますが、真応力そのものは低下する訳ではなく、継続して加工硬化していることが理解できます。

なお金属の塑性変形は体積の変化を殆ど伴わないので(非圧縮)、試験片の断面積の変化は引張の変形に反比例すると考えられます。従って実用的には(5)式の近似式に示すように真応力を容易に得ることができます。もちろん試験片に局所的なくびれが生ずる場合はくびれ発生後の領域ではこのような簡易な扱いはできないことに注意して下さい。

また、変形が大きい場合には、(2)式で定義した公称ひずみ $e$ の使用にも問題が生じ、(6)式で定義される対数ひずみ $\epsilon$ を用います。 $\epsilon$ は真ひずみとも称します。

真応力  $\sigma = \frac{W}{A} = S \frac{A_0}{A} \doteq S \frac{l}{l_0} = S(1+e) \dots (5)$

対数ひずみ  $\epsilon = \ln \frac{l}{l_0} = \ln(1+e) \dots (6)$

(2)式の公称ひずみと(6)式の対数ひずみが具体的にどの程度異なるか対比すると、Table 1のようになります。およそ10%(0.1)以下のひずみであれば大きな差はありませんが、それ以上の領域では大きく差が開きます。

公称ひずみをFEMの中で使用することが難しい理由の一つは、加算性がないことです。例えばFig. 3に示すように長さ $l_1$ の棒を $l_2$ まで引き伸ばし、更に $l_2$ から $l_3$ まで伸ばすような変形を考えて見ましょう。長さ $l_3$ になったときの対数ひずみは $\epsilon_3 = \epsilon_1 + \epsilon_2$ とひずみの足し合わせができますが、公称ひずみでは $e_3 \neq e_1 + e_2$ となり加算性がないことがわかります。

また一般に、圧縮のひずみは引張のひずみを正負反転したものに一致すべきですが、ひずみに加算性がないとそれが期待できなくなります。例えばTable 1を見ると、対数ひずみは引張、圧縮それぞれ $\infty$ まで与えられるのに対し、公称ひずみの圧縮側の極限は-1という有限値となり、合理的でないことがわかります。

Table 1 公称ひずみと対数ひずみ<sup>(2)</sup>

公称ひずみ $e$	対数ひずみ $\epsilon$
$+\infty$	$+\infty$
2.000	1.099
1.000	0.693
0.500	0.405
0.200	0.182
0.100	0.095
0.050	0.049
0.000	0.000
-0.050	-0.051
-0.100	-0.105
-0.200	-0.223
-0.500	-0.693
-1.000	$-\infty$

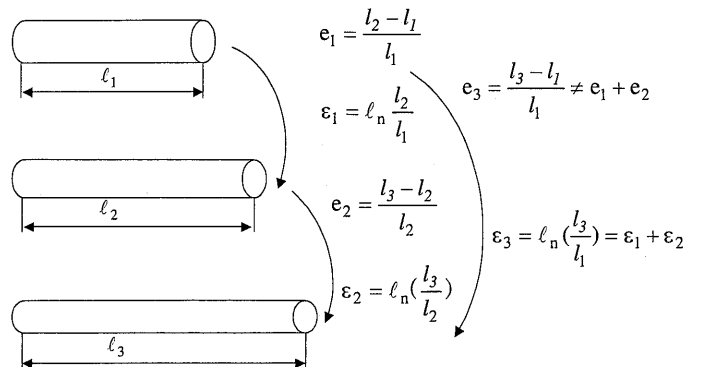


Fig. 3 ひずみの加算性<sup>(2)</sup>

### 【3】FEMへの入力

引張試験における真応力-対数ひずみ曲線を模式的にFig. 4 (a) に示します。図中の点Aにおける降伏応力Yは、降伏点または耐力に対応する応力です。図中、任意の点Cで除荷すると、ひずみの一部  $\epsilon_e$  が弾性変形によって回復し、塑性分  $\epsilon_p$  のひずみとして残留することになります。すなわち

$$\epsilon = \epsilon_e + \epsilon_p, \quad \epsilon_e = \frac{\sigma}{E} \quad \dots (7) \quad \text{したがって} \quad \epsilon_p = l_n \frac{l}{l_0} - \frac{\sigma}{E} \quad \dots (8)$$

(8) 式の塑性ひずみを横軸にとって真応力-塑性ひずみ曲線を描くと、Fig. 4 (b) のようになります。塑性域における応力  $\sigma$  は、変形に対する抵抗力を表すので変形抵抗とも呼ばれます。従ってこの応力-ひずみ曲線を変形抵抗曲線と呼ぶこともあります。さて、Fig. 4の (a) と (b) それぞれについて、弾性限度以降の応力-ひずみ曲線の勾配は、以下のようになります。

全ひずみに対する勾配 (接線係数  $E_t$ ) :  $\frac{d\sigma}{d\epsilon} = E_t \quad \dots (9)$

塑性ひずみに対する勾配 (加工硬化係数  $H'$ ) :  $\frac{d\sigma}{d\epsilon_p} = H' \quad \dots (10)$

なお、 $E_t$  と  $H'$  の関係を与えるには、まず (7) 式を微分形で表して (11) 式とし、更に (9) 式と (10) 式を用いると (12) 式のようになります。

$$d\epsilon = d\epsilon_e + d\epsilon_p = \frac{d\sigma}{E} + d\epsilon_p \quad \dots (11) \quad \frac{d\sigma}{E_t} = \frac{d\sigma}{E} + \frac{d\sigma}{H'} \quad \text{ゆえに} \quad H' = \frac{EE_t}{E - E_t} \quad \dots (12)$$

ABAQUS、MSC. Marc、LS-DYNA のような大半のソフトウェアでは、弾塑性データとして (8) 式の塑性ひずみ  $\epsilon_p$  と (5) 式の真応力  $\sigma$  の関係を入力します。あるいは (9) 式、(10) 式のような勾配で入力することも可能です。

なおミーゼス型の降伏条件の下では、相当応力と相当塑性ひずみを用いて多軸場が表現できることを仮定しています。すなわち、多軸場の応力とひずみの状態を、単軸状態に「相当」する応力とひずみに置換えることができるという考え方です。従って、応力とひずみの関係としては単軸のデータを用意すれば良く、多軸場に対しては塑性ひずみを流れ則に従って分配します。流れ則については他のテキストに譲ります。

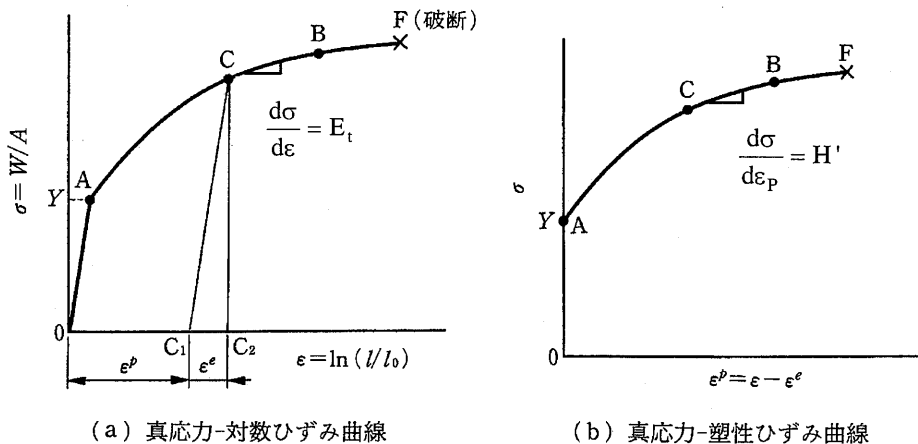


Fig. 4 引張試験の真値による整理

### 【4】ExcelによるFEM入力用データの作成

次にExcelを用いて引張試験の結果、すなわち荷重と変位の関係から真応力と対数ひずみの関係を求める例を示します。今回は、代表的な鋼種であるSM490Aの公称応力-公称ひずみ関係<sup>3)</sup>を入力データとして検討してみました。

Fig. 5の表中に示すようにまず弾性範囲を定める条件として  $E=21000 \text{ kg/mm}^2$ ,  $S_y=40.0 \text{ kg/mm}^2$  を指定します。これらのデータについては、勿論、入力された荷重-変位関係から定めるということも可能です。しかし、精度の面で多くを期待することが難しいだけでなく、実設計への反映という面から見れば、規格値あるいは広く一般に用いられている値を用いた方が、いたずら

に桁数を多くした実測値を使用するよりも、足腰の強いデータとなります。ただし、 $s_y$ のように下限値として規格値が与えられているような場合は、解析の用途に応じて入力値を分別することも必要です。例えば今回のSM490Aの $s_y$ は、JIS G 3106ではおよそ30kg/mm<sup>2</sup>以上とされていますが、ここでは実測値から40kg/mm<sup>2</sup>としました。

Fig. 5に示す入力ファイルの下部には、荷重-変位関係あるいは公称応力-公称ひずみ関係を入力します。先に入力した $S_y$ 以下の数値は入力されていても使用されません。また、Fig. 6に見られるような上降伏点のデータは無視し、弾性域から降伏棚にそのまま乗り移るようにしました。上降伏点をデータとして入力すると降伏棚に降りるまでの領域の加工硬化係数が負となり、解析上の不安定をもたらすのが理由です。また降伏棚の範囲は引張試験の速度などによって影響を受けるため、無視されることも少なくありませんが、微小な塑性ひずみの問題では結果を大きく左右するので、この扱いは各個の判断による必要があります。

なお、Fig. 6の実測値では公称ひずみ0.2以降の領域では公称応力が著しく低下します。この領域では線図を真応力-対数ひずみ関係に改めてもその勾配は負となりました。実測では局部くびれが発生したことを意味しています。そこでこの領域のデータは棄却し、およそ公称ひずみ0.2以下の領域をFEMデータの対象としました。

このExcelファイルから得られたFEMソルバー用の入力データを用いて解析した例をFig. 7に示します。軸対称要素を用いて長さ1、断面積1の円柱をモデル化し、引張の変位を与えました。この解析のポスト出力からは真応力、対数ひずみが得られるだけでなく、モデルが単位寸法の諸元を有しているため、荷重出力は公称応力、また変位出力は公称ひずみに相当します。すなわち入力された材料データの妥当性を検証することができます。Fig. 6の図中に、このようにして求めたABAQUSの解析結果を示します。入力データを完全にトレースする結果となっています。

今回の例はABAQUSの結果ですが、MSC. Marc、LS-DYNAでも結果は同等です。なおABAQUSでは、入力されたひずみ以上の領域の加工硬化係数は0の扱いとなっています。今回は、先に示したように公称ひずみ0.2近傍までのデータしか採用していないので、それ以上の領域ではFig. 6に示すように解析結果の勾配は負となりますが、これは引張による断面積の減少による効果であり、それ以上の意味はありません。またこの入力範囲外のデータの扱いはFEMのソルバーによって異なりますので注意して下さい。あくまで応力-ひずみ関係の入力範囲内で結果を解釈するのが原則です。

**DATAの入力**

基本データ、荷重変位関係か工学値のいずれか一方の  にデータを入力してください。工学値を入力する場合は、L=1mm, A0=1mm<sup>2</sup>として下さい  
また、入力データの単位は統一して下さい。単位は  に入力できます

基本データ入力		単位換算	
長さ L	1 mm	Pa	Mpa (N/mm <sup>2</sup> )
断面積 A0	1 mm <sup>2</sup>	kgf/mm <sup>2</sup>	kgf/mm <sup>2</sup>
ヤング率 E	21000 kgf/mm <sup>2</sup>	1 Pa	1.000E-06 Mpa (N/mm <sup>2</sup> )
降伏応力 Sy	40 kgf/mm <sup>2</sup>	1 Mpa	1.000E+06 Pa
		1 kgf/mm <sup>2</sup>	9.804E+06 Pa

荷重変位関係		工学値	
変位 mm Disp	荷重 kgf/mm <sup>2</sup> Force	全ひずみ (-) ε	公称応力 kgf/mm <sup>2</sup> σ
1		0.00E+00	0.00E+00
2		1.22E-03	4.00E+01
3		4.83E-03	4.00E+01
4		9.07E-03	4.21E+01
5		1.36E-02	4.36E+01

1 Pa = 1.E-06 Mpa (N/mm<sup>2</sup>)  
1 MPa = 0.102 kgf/mm<sup>2</sup>

**入力**

- 縦弾性係数 E
- 初期降伏応力  $S_y$
- 荷重-変位関係あるいは公称応力-公称ひずみ関係

**出力**

- 真応力-対数ひずみ関係 (ABAQUS, MSC. Marc, LS-DYNA の入力データ様式で出力される)

Fig. 5 Excelによる荷重-変位関係の入力画面

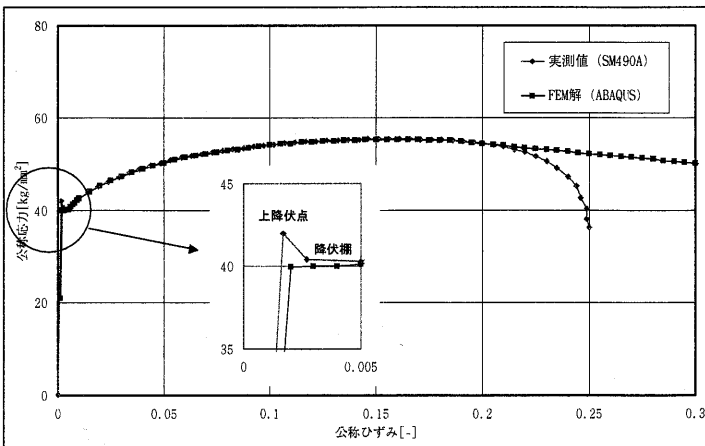


Fig. 6 公称応力-公称ひずみ関係の入力データと解析結果の比較

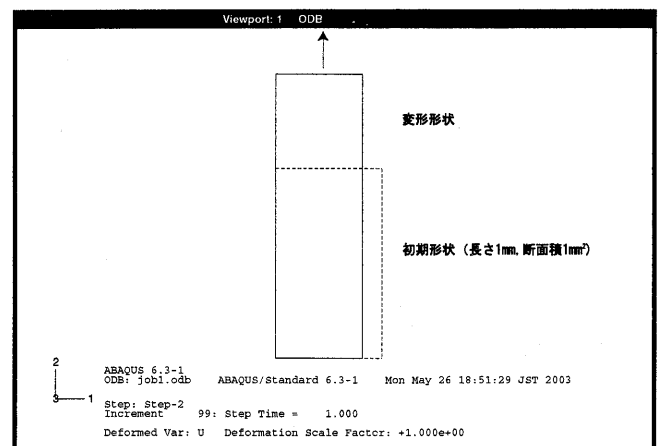


Fig. 7 単位寸法円柱モデルによる引張試験解析

## 【5】引張試験における問題点

引張試験は最も一般的な試験法ですが、Fig. 2に示したように荷重の極大値以降の領域では剛性が負となるため、変形の挙動が不安定となる難点があります。すなわち何らかの要因で1ヶ所の変形が先行すると、その点で変形が選択的に進み、くびれとなるため、一様な材料データを得ることができなくなります。ここでは、くびれの発生条件について検討してみましょう。

### 5.1 単軸試験における拡散くびれ

くびれの発生を荷重の微係数の変化から考えます。(13)式の右辺第一項は加工硬化による変形抵抗の増大を示し、第2項は断面積の減少(引張ではdAは常に負であることに注意)による荷重負担能力の低下を意味しています。すなわち単軸の場合は、断面積の減少の効果が加工硬化による荷重の増加を上回ると、荷重が負担できなくなり、くびれがもたらされるということができます。このようなくびれを拡散くびれと呼びます。ここで塑性変形が体積一定( $AV=const$ )の条件下で進むと仮定して(13)式を変形し、これが0となる条件を求めます。

$$dW = d(\sigma A) = Ad\sigma + \sigma dA \quad \dots (13) \quad dW = \sigma A \left( \frac{d\sigma}{\sigma} + \frac{dA}{A} \right) = \sigma A d\varepsilon \left( \frac{1}{\sigma} \frac{d\sigma}{d\varepsilon} - 1 \right) = 0 \quad \dots (14)$$

(15)式が単軸引張におけるくびれ発生条件となります。ここで真応力と対数ひずみの関係として(16)式のn乗硬化則を仮定すると(15)式は(17)式のようになり、対数ひずみが材料のn値に一致したときにくびれが開始するという興味深い結果となります。なお(15)式のZはサブタンジェント(接線影)と呼ばれます。

$$\frac{1}{Z} = \frac{1}{\sigma} \frac{d\sigma}{d\varepsilon} = 1 \quad \dots (15) \quad n \text{乗硬化則 } \sigma = F \varepsilon^n \quad \dots (16) \quad \varepsilon = n \quad \dots (17)$$

### 5.2 薄板の拡散くびれと局部くびれ<sup>(2)</sup>

薄板を引張る場合も、最大荷重点近傍でFig. 8(a)のような板幅方向のくびれを伴う局所変形を生じますが、このくびれは単軸引張の場合と同様に拡散くびれと呼ばれます。この拡散くびれは、ある程度の広がりを持ったくびれですが、くびれの外側の材料によって変形が強く拘束されるため、急激には進行しません。

拡散くびれの考え方は単軸の場合と同じです。引張方向を $x_1$ 軸とすれば、応力 $\sigma_1$ とひずみ $\varepsilon_1$ を用いて(15)式を書き直すと拡散くびれの発生条件は次式となります。n乗硬化則を仮定したときの発生条件も、単軸の場合と同様に(19)式となります。

$$\frac{d\sigma_1}{d\varepsilon_1} = \sigma_1 \quad \dots (18) \quad \varepsilon_1 = n \quad \dots (19)$$

薄板をさらに引張ると、Fig. 8(b)に示すような板厚方向のくびれが発生します。このタイプのくびれは局部くびれと呼ばれます。局部くびれが発生すると、変形はその部分にのみ集中して板は急速に破断に至るので、実質的には局部くびれの発生条件が板の破断条件であると考えてよいでしょう。Hillは局部くびれは伸びのない方向に発生し、その発生条件はくびれに直交する方向の最大荷重条件で与えられるとしました<sup>(4)(5)</sup>。

これはFig. 9の $x'_2$ 方向のひずみ増分が0である事を示しています。この条件(平面ひずみ条件に相当します)が成立することで、この帯状の部分は両側の部分から完全に独立して、板厚方向に凹むことができます。言い換えれば、もし $x'_2$ 方向のひずみ増分が0でなければ、帯状の部分と両側の隣接部分は同等に変形しなければなりません。この結果、帯状の部分の変位は $x_1$ 方向に広がって局部性を失ってしまい、拡散くびれの中に埋没してしまうこととなります。

Fig. 9を参照しながらこの局部くびれの発生方向を計算してみましょう。 $x_1$ 軸方向の単軸引張では $d\varepsilon_1/d\varepsilon_2 = -2$ なので、 $x_1$ 軸より $\theta$ 傾いた局部くびれ方向 $x'_2$ のひずみ増分 $d\varepsilon'_2$ が0となる条件から次の結果が得られます。

$$d\varepsilon'_2 = d\varepsilon_1 \cos^2 \theta + d\varepsilon_2 \sin^2 \theta = 0 \quad \text{より} \quad \tan^2 \theta = -\frac{d\varepsilon_1}{d\varepsilon_2} = 2 \quad \therefore \theta = 54.4^\circ \quad \dots (20)$$

このときの $x'_1$ 方向の最大荷重条件は、板厚をtとおくと(21)式のようになります。更に、 $dt/t = d\varepsilon_3 = -d\varepsilon_1/2$ であるこ

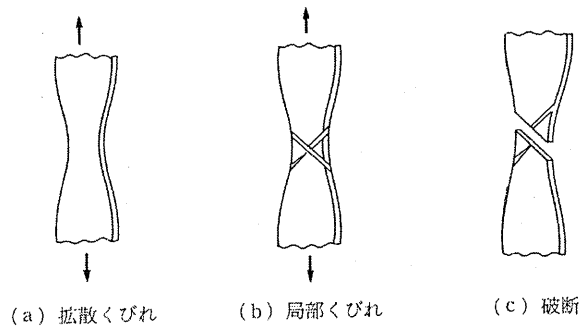


Fig. 8 薄板の引張りにおけるくびれと破断

とを考えると局部くびれの発生条件は(22)式となります。従って(16)式のn乗硬化則を仮定したときの条件は、(23)式となります。

$$d(\tau\sigma'_1) = \sigma'_1 dt + t d\sigma'_1 = 0 \quad \dots (21)$$

$$\frac{d\sigma'_1}{d\varepsilon_1} = 2\sigma'_1 \quad \dots (22)$$

$$\varepsilon_1 = 2n \quad \dots (23)$$

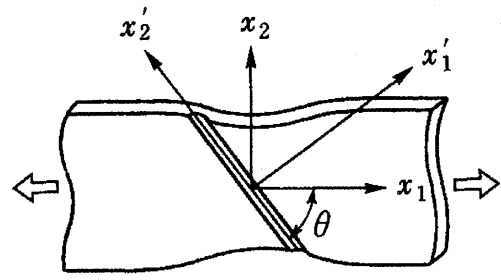


Fig.9 2軸応力下の局部くびれ

以上(19)式と(23)式の結果から、n乗硬化則を仮定した薄板の引張では、n値に等しいひずみで拡散くびれ、n値の2倍のひずみで局部くびれを生ずるという重要な結論が得られました。またこれらの理論を拡張し、一般的な2軸応力場に適用した結果については、参考文献(1)および(4)～(6)を参照して下さい。

## 【6】n乗硬化則を用いた局部くびれの解析

薄板の引張りを例に取り、実際にFEM解析を行った例を示します。諸元は以下の通りです。

形状 : 板幅 10mm, 板厚 0.2mm

n乗硬化則 :  $\sigma = 500 \varepsilon^{0.2}$  [MPa] (但し、弾性部分は  $E=205800$  Mpa,  $\nu = 0.3$  でモデル化)

解析はABAQUS、MSC.Marc、LS-DYNAを使用し、3次元ソリッド(完全積分要素)を用いてモデル化しました。またモデルの形状は長さ、幅、厚さのそれぞれの方向の対称性から1/8モデルとしました。局部くびれは板厚の局所的な減少であるので、本来は厚さ方向のメッシュ分割にも工夫が必要です。しかし今回は、現象そのものを発現させることが汎用FEMで可能かどうかを知るために、あえて板厚方向は要素1分割とし、モデルの背面を厚さ方向に拘束した状態で、表面を陥没させるようにしてくびれを発生させました。またくびれの発生を促すために、モデルの左下隅の要素1つの表面を0.05mm(板厚の2.5%)陥没させて初期不整としました。

Fig. 10に板厚方向のひずみの分布、Fig. 11に荷重と対数ひずみの関係を示します。n=0.2のn乗硬化則を採用しているため、Fig. 11に示すように  $\varepsilon = 0.2$  で拡散くびれが発生し、荷重が極大となるのがわかります。またFig. 10を見ると、理論解に示された通り  $\varepsilon = 0.4$  で  $54.4^\circ$  の方向にシアバンドが発生し、その方向(Fig. 9の  $x'_2$  方向)のひずみは増加することなく、シアバンドの左右の領域が変形してゆくことがわかります。なおFig. 11で、 $\varepsilon = 0.4$  よりやや早目に荷重の減少が急激になるのは、初期不整が与えられているためです。拡散くびれに打ち勝ち、特定の位置で局部くびれを発生させるには初期不整が不可欠ですが、一旦、局部くびれが成長を始めると、後述のように初期不整はそれ以降の解析の安定性を阻害する存在となりました。

今回は3次元ソリッドに完全積分要素を用いましたが、問題の全体的な解き易さと精度の面からは、おそらく低減積分の採用に利があることを否定できません。しかし今回の弊社の検討範囲では、初期不整の存在、またシアバンド発生後に生ずる板幅の段差のような強い局所性があるために、低減積分の要素を用いるとそれら局所的な変形が極端に進行し、十分な安定性を与えることができませんでした。おそらく適切にアワーグラスコントロールされた陽解法の低減積分要素が良い結果を与える可能性があるかと判断しています。

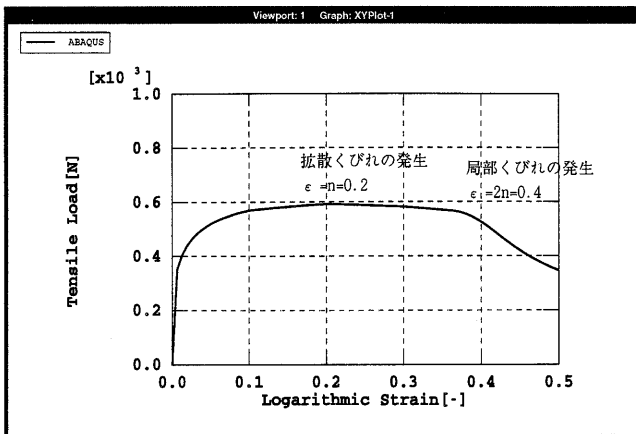


Fig. 11 荷重-対数ひずみ関係

### 参考文献

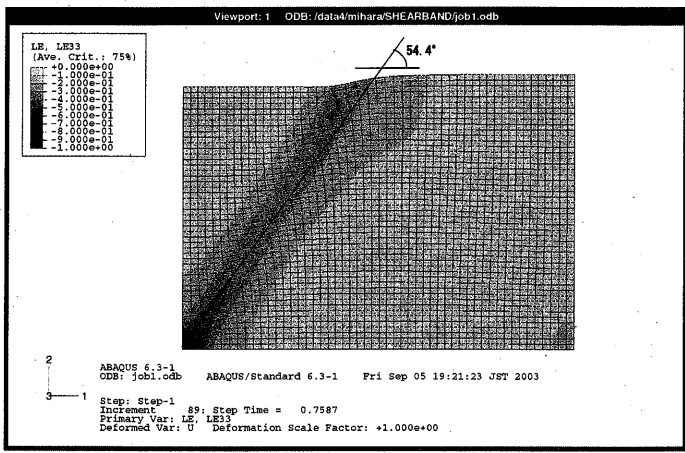
- (1) 日本塑性加工学会, 塑性加工技術シリーズ2, 材料, コロナ社, 1994.
- (2) 吉田, 弾塑性力学の基礎, 共立出版, 1997.
- (3) 中澤, JIS使い方シリーズ, 金属材料試験マニュアル, 日本規格協会, 1987.
- (4) Hill, R. (鷲津, 山田, 工藤訳), 塑性学, 培風館, 1954.
- (5) 山田, 塑性力学, 日刊工業新聞社, 1965.
- (6) Backofen, W.A (戸澤訳), 金属塑性と加工, コロナ社, 1980.

表紙: 両界曼荼羅図, 子島寺(奈良), 11世紀前半.

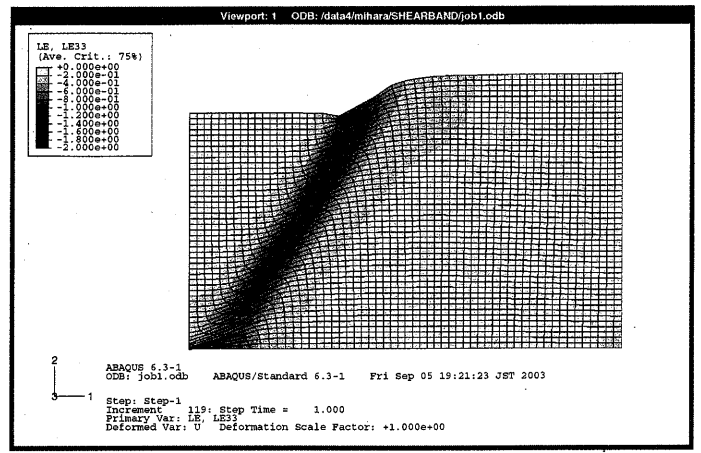
\* ABAQUSはABAQUS, Inc. 殿の製品です。

\* LS-DYNAの国内販売元は株式会社日本総合研究所殿です。

\* MSC.Marcはエムエスシーソフトウェア株式会社殿の製品です。

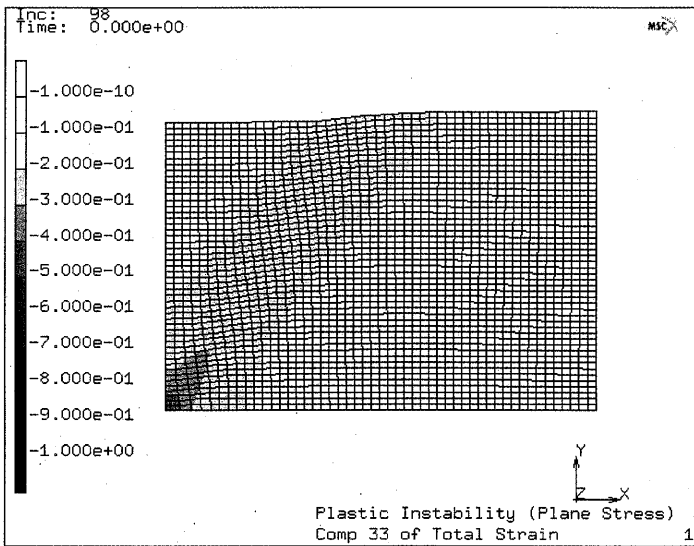


$\epsilon = 0.4$

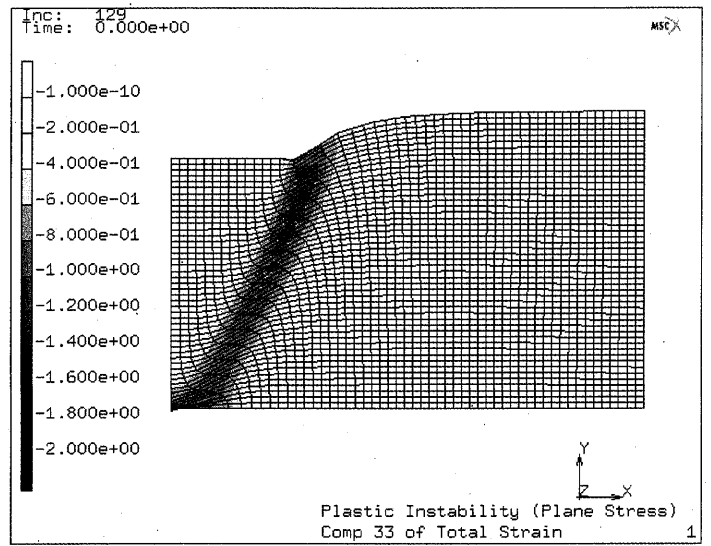


$\epsilon = 0.5$

(a) ABAQUS

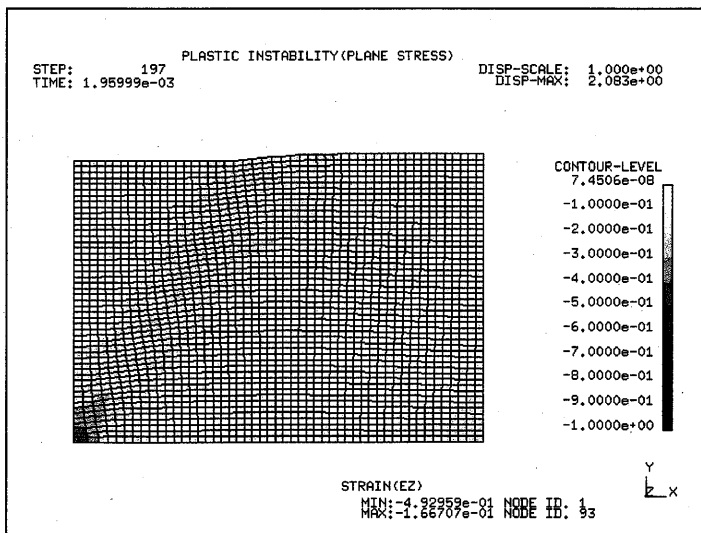


$\epsilon = 0.4$

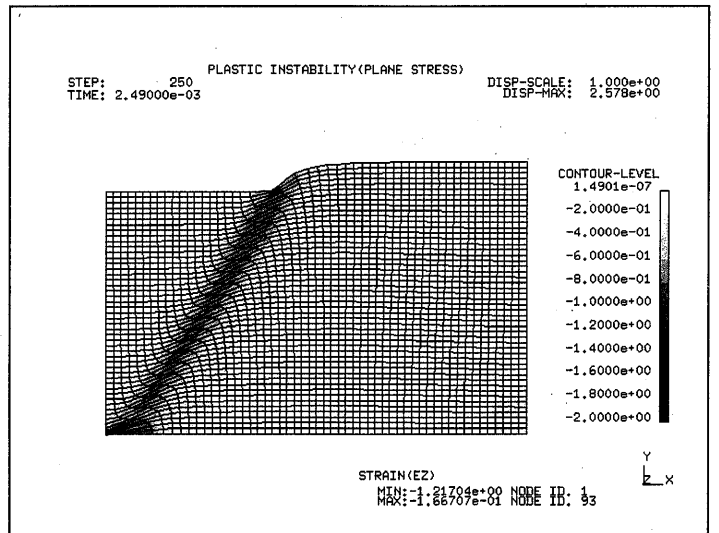


$\epsilon = 0.5$

(b) MSC.Marc



$\epsilon = 0.4$



$\epsilon = 0.5$

(c) LS-DYNA

Fig. 10 薄板の局部くびれの発生 (3次元ソリッド要素, 完全積分)

株式会社メカニカルデザイン

〒182-0024 東京都調布市市田1-40-2アクセス調布2階

TEL 0242-82-1539 FAX 0424-82-5106 comm@mech-da.co.jp