vol.98-2

Mech D & A News

Mechanical Design & Analysis Co.
June 1998

釧路　初夏

【特集】２次元の線形補間
応力の座標変換

FEM Consulting Services for Engineering Practice
URL http://www.mech-da.co.jp

【特集１】　２次元の線形補間

１．はじめに

２次元面内で与えられた観測値の分布から、面内の任意の点における値を推定するという問題は、解析の分野でもよく直面する課題です。例えば、異なるメッシュで得られた温度データを用いて、熱応力解析を行わなければならないようなことは往々にしてあり、適当な変換プログラムがなければ、多くの労力を強いられることになります。

今回、紹介するのは２次元の線形補間プログラムです。求めようとする点に最も近い３点のデータを利用し、その３点によって張られる２本のベクトルから、対象とする点のデータを補間するという考え方に基づいています。線形補間であるので、十分な密度で観測値がないと精度が期待できませんが、気軽に使用できるのが強みです。

本稿は、MIT 在籍中の佐久田博司先生（青山学院大学）の web* で紹介されている内容を参照させて頂いたものです。

２．ベクトルによる線形補間

Fig.1-1 に示すように、２次元の座標 x, y を持つ点 P について、未知数 T を求める問題を考えます。この点のデータを、P（x, y, T）と表すことにします。P のまわりに３個の観測点を考え、それらの点での値が同様の表記に従って、P_0 (x_0, y_0, T_0), P_1(x_1, y_1, T_1）,P_2 (x_2, y_2, T_2) で表されるとします。この３点で作るベクトルは、1 つの平面を作ります。

$$V_1 = \overrightarrow{P_0P_1} = (x_1-x_0,\ \ y_1-y_0,\ \ T_1-T_0) \quad \cdots\cdots(1) \qquad V_2 = \overrightarrow{P_0P_2} = (x_2-x_0,\ \ y_2-y_0,\ \ T_2-T_0) \cdots\cdots(2)$$

また、求めるべき点 P に関する次のベクトル

$$V = \overrightarrow{P_0P} = (x-x_0,\ \ y-y_0,\ \ T-T_0) \quad \cdots\cdots(3)$$

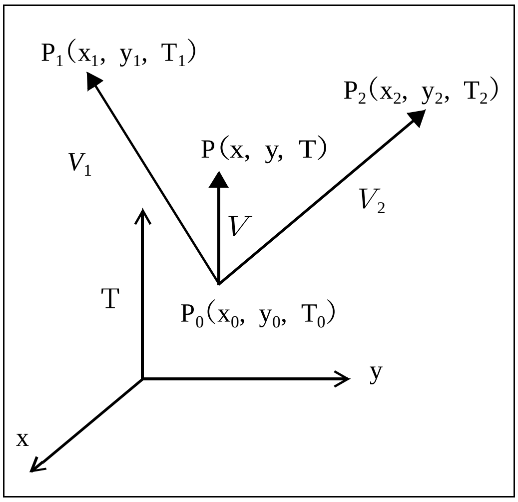


Fig.1-1　ベクトルによる線形補間

が $\boldsymbol{V_1}$, $\boldsymbol{V_2}$ が作る平面上にあると考えると、次のように定義できます。

$$\boldsymbol{V} = \alpha \boldsymbol{V}_1 + \beta \boldsymbol{V}_2 \quad \cdots\cdots(4)$$

ここで、α、β を求めるために $\boldsymbol{V}$ を xy 平面上に写し、そのベクトルを $\boldsymbol{V}'$ とします。

$$\boldsymbol{V}' = A\boldsymbol{V} = (x-x_0,\ y-y_0,\ 0) \quad \cdots\cdots(5)$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \cdots\cdots(6)$$

(4), (5) の式より

$$\boldsymbol{V}' = \alpha A\boldsymbol{V}_1 + \beta A\boldsymbol{V}_2 \quad \cdots\cdots(7)$$

となり、$\boldsymbol{V}'_1$, $\boldsymbol{V}'_2$ は $\boldsymbol{V}_1$, $\boldsymbol{V}_2$ の x-y 平面への写像とすれば、

$$\boldsymbol{V}'_1 = A\boldsymbol{V}_1 = (x_1 - x_0,\ y_1 - y_0,\ 0) \quad \cdots\cdots(8)$$

$$\boldsymbol{V}'_2 = A\boldsymbol{V}_2 = (x_2 - x_0,\ y_2 - y_0,\ 0) \quad \cdots\cdots(9)$$

となります。従って (7) 式は、

$$\boldsymbol{V} = \alpha \boldsymbol{V}'_1 + \beta \boldsymbol{V}'_2 \quad \cdots\cdots(10)$$

となります。(10) 式より

$$\boldsymbol{V}'_1 \cdot \boldsymbol{V} \doteq \alpha \boldsymbol{V}'_1 \cdot \boldsymbol{V}'_1 + \beta \boldsymbol{V}'_1 \cdot \boldsymbol{V}'_2 \quad \cdots\cdots(11) \qquad \boldsymbol{V}'_2 \cdot \boldsymbol{V} = \alpha \boldsymbol{V}'_2 \cdot \boldsymbol{V}'_1 + \beta \boldsymbol{V}'_2 \cdot \boldsymbol{V}'_2 \cdots\cdots(12)$$

$$\alpha = \frac{(V' \cdot V'_1)(V'_2 \cdot V'_2) - (V' \cdot V'_2)(V'_1 \cdot V'_2)}{(V'_1 \cdot V'_1)(V'_2 \cdot V'_2) + (V'_1 \cdot V'_2)^2} \quad \cdots\cdots(13) \qquad \beta = \frac{(V' \cdot V_2)(V_1 \cdot V_1) - (V' \cdot V'_1)(V'_1 \cdot V'_2)}{(V'_1 \cdot V'_1)(V'_2 \cdot V'_2) - (V'_1 \cdot V'_2)^2} \quad \cdots\cdots(14)$$

以上のように α、β の値が定まります。

なお補間に用いる 3 点は求めたい座標に最も近いものを採用しますが、$\boldsymbol{V}'_1$ と $\boldsymbol{V}'_2$ が以下の場合は、α、β は存在しません。

$$(\boldsymbol{V}'_1 \cdot \boldsymbol{V}'_1)(\boldsymbol{V}'_2 \cdot \boldsymbol{V}'_2) - (\boldsymbol{V}'_1 \cdot \boldsymbol{V}'_1) \cong 0 \cdots\cdots(15) \quad \text{すなわち} \quad |V'_1| \cdot |V'_2| \cong |V_1| \cdot |V_2| |\cos\theta| \cdots\cdots(16)$$

ここで θ は $\boldsymbol{V}'_1$ と $\boldsymbol{V}'_2$ の角度です。(16) 式を満たす条件は、(17) 〜 (19) 式のようになります。

$$\theta \cong 0 \text{ または } \pi \qquad \cdots\cdots (17)$$

$$|V_1| \cong 0 : (x_0, y_0) \cong (x_1, y_1) \qquad \cdots\cdots (18)$$

$$|V_2| \cong 0 : (x_0, y_0) \cong (x_2, y_2) \qquad \cdots\cdots (19)$$

これらの3つの条件は、いずれも3点がほぼ一直線上に並ぶことを意味しています。このような場合は、次に近い点を候補として採用するものとします。こうして α、β の値が定まれば、最終的に次式によりTを求めることができます。

$$T=T_0+\alpha T_1+\beta T_2-(\alpha+\beta)T_0 \qquad \cdots\cdots (20)$$

3．解析例

Fig.1-2 に示すような厚肉円筒の熱伝導問題を考えます。簡単のために、以下のように内・外面の温度が固定されているものとし、肉厚内の定常温度分布を求めます。

内半径：a=50mm→ T_a = 20 ℃　　外半径：b=100mm→ T_b = 300 ℃　　・・・・・(21)

半径を r とするとき、温度の理論解は、(22) 式で与えられます。Fig.1-3 に MARC** による解析結果を示します。理論解に一致する結果となっています。尚、この解は熱伝導率には依存しませんが、低次要素を使用する場合、半径方向におよそ10分割以上としないと、精度の良い結果は得られません。

$$T= \{T_2\log_e(r/a)+T_1\log_e(b/r)\}/\log_e(b/a) \qquad \cdots\cdots (22)$$

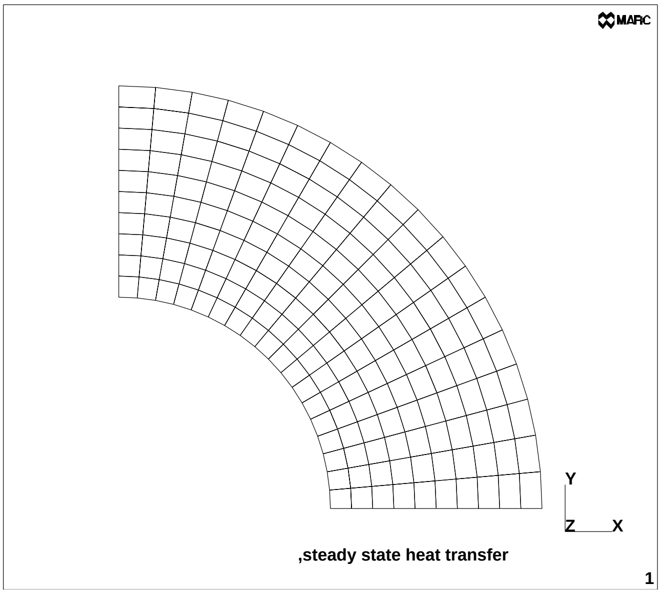


Fig.1-2 熱伝導解析のメッシュ

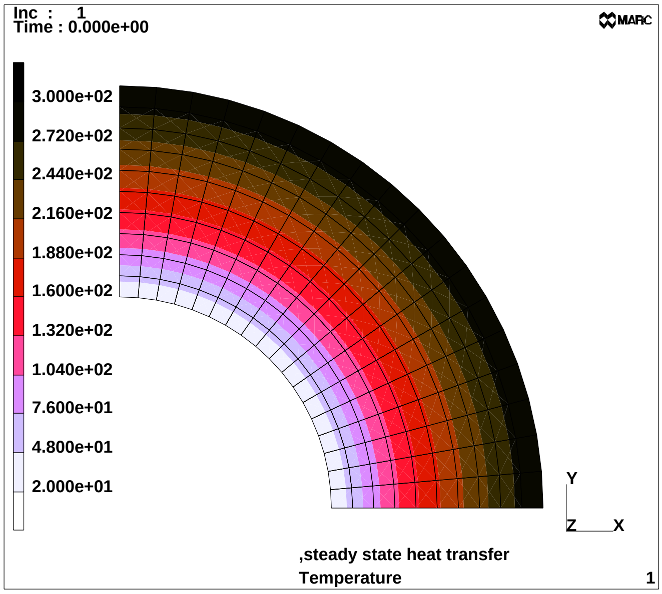


Fig.1-3 温度分布 (熱伝導解析）

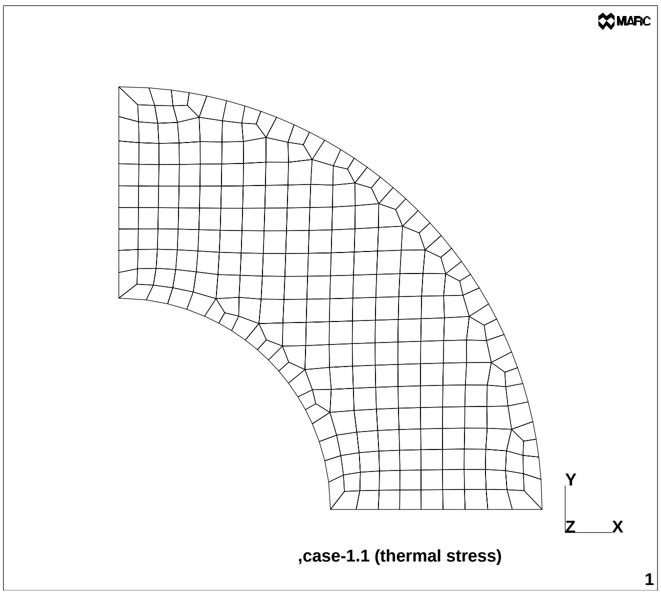


Fig.1-4 熱応力解析のメッシュ

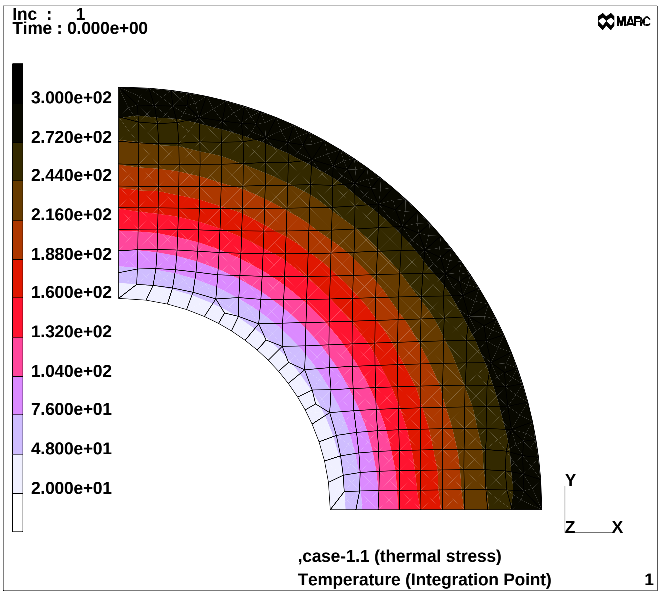


Fig.1-5 温度分布（熱応力解析）

次に、この温度分布を用いて熱応力解析を行います。MARC では、ポストファイルを介して熱伝導・熱応力解析を行う場合、メッシュは共通であることが必要です。今回はその原則を曲げて、Fig.1-2 とは異なるメッシュを用いて熱応力解析を行うものとします。Fig.1-4 に熱応力解析に使用するメッシュを示します。解析手順は以下の通りです。

(a) Fig.1-2 に示すモデルで熱伝導解析を行う。
(b) このとき、ユーザ・サブルーチン IMPD を用いて節点の座標値と温度をテキストファイルに出力しておく。
(c) 熱応力解析では、(b) のファイルをユーザ・サブルーチン NEWSV で読み込む。
(d) このとき線形補間のアルゴリズムを利用し、読み込んだ温度データから Fig.1-4 のメッシュの積分点位置で の 温 度を求め、熱応力を計算する。

Fig.1-5 に (d) で処理した結果を示します。Fig.1-3 と同一の分布となっていることがわかります。

【特集２】 応力の座標変換

１．はじめに

特集１に示した円筒の問題では、応力は周方向と半径方向で表示するのが一般的です。しかし解析上はソリッド要素を使用しているので、その応力は全体座標系（X, Y）で表現されています。従って、応力の出力に座標変換を施せば、結果の解釈が容易になります。しかし出力もさることながら、応力の座標変換のより重要な意義は、材料の異方性に代表されるような方向に依存する条件設定を、可能にする点にあります。例えば、円筒が複合材料によって構成され、周方向に配向した問題を扱う場合には、ソリッド要素の材料主軸の方向性を予め変更しておくことが不可欠となります。ここでは２次元での取扱いから解説し、３次元まで拡張した例を紹介します。

２．応力の座標変換の考え方（2 次元）

Fig.2-1 の△ ABC を物体内の点 P を囲む微小三角形とみなします。面 AB に生じている応力 T の x, ｙ 方向成分を T_x 及び T_y, 面 AB の法線の方向余弦を l_x, l_y とすると

$$\begin{bmatrix}\sigma_x & \tau_{xy}\\ \tau_{xy} & \sigma_y\end{bmatrix}\begin{Bmatrix} l_x \\ l_y\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix} T_x \\ T_y\end{Bmatrix}\cdots\cdots(1)$$

応力 T を面の法線 n (l_x, l_y)、およびそれと右手系をなす t (l'_x, l'_y) に分解して得られる垂直応力 σ_n とせん断応力 τ は

$$\sigma_n=T_x l_x+T_y l_y \qquad \tau=T_x l'_x+T_y l'_y\cdots\cdots(2)$$

(2) 式をマトリックス表示すると

$$\begin{Bmatrix}\sigma_n \\ \tau\end{Bmatrix}=\begin{bmatrix} l_x & l_y\\ l'_x & l'_y\end{bmatrix}\begin{Bmatrix} T_x \\ T_y\end{Bmatrix}\qquad\cdots\cdots(3)$$

(1) と (3) を組み合わせると

$$\begin{Bmatrix}\sigma_n \\ \tau\end{Bmatrix}=\begin{bmatrix} l_x & l_y\\ l'_x & l'_y\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\sigma_x & \tau_{xy}\\ \tau_{xy} & \sigma_y\end{bmatrix}\begin{Bmatrix} l_x \\ l_y\end{Bmatrix}\cdots\cdots(4)$$

Fig.2-1 で示したとおり u-v 直角座標系を選ぶと、σ_n と τ はこの座標系の垂直応力 σ_u、およびせん断応力 τ_{uv} に対応しています。

$$\begin{Bmatrix}\sigma_u \\ \tau_{uv}\end{Bmatrix}=\begin{bmatrix} l_x & l_y\\ l'_x & l'_y\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\sigma_x & \tau_{xy}\\ \tau_{xy} & \sigma_y\end{bmatrix}\begin{Bmatrix} l_x \\ l_y\end{Bmatrix}\cdots\cdots(5)$$

u-v 座標系における v 方向の垂直応力は v の方向余弦が l'_x, l'_y であることから次のように与えられます。

$$\sigma_n=\lfloor l'_x\, l'_y\rfloor\begin{bmatrix}\sigma_x & \tau_{xy}\\ \tau_{xy} & \sigma_y\end{bmatrix}\begin{Bmatrix} l_x \\ l_y\end{Bmatrix}\qquad\cdots\cdots(6)$$

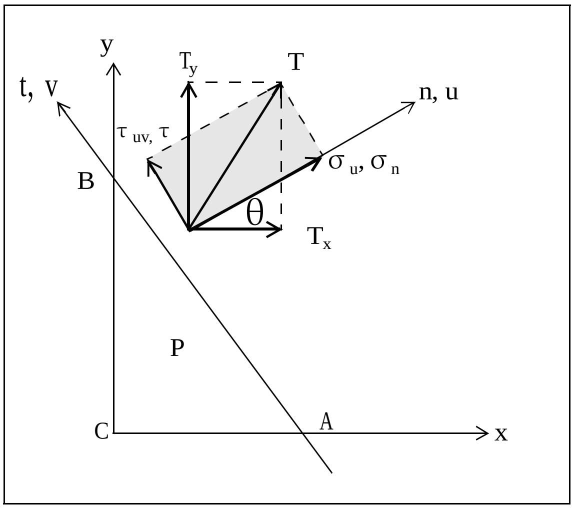


Fig.2-1　2 次元のベクトルの座標変換

(5),(6) の式を組み合わせ、対称な形に表示すると (7) 式のようになります。

$$\begin{bmatrix}\sigma_u & \tau_{uv}\\ \tau_{uv} & \sigma_v\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}l_x & l_y\\ l'_x & l'_y\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\sigma_x & \tau_{xy}\\ \tau_{xy} & \sigma_y\end{bmatrix}\begin{bmatrix}l_x & l'_x\\ l_y & l'_y\end{bmatrix} \quad \cdot\cdot\cdot\cdot\cdot (7)$$

ここで、u-v 座標系は x-y 座標系に対して、反時計まわりに θ の傾角をもつ座標系となります。l_x, l_y および l'_x,l'_y は u, v の方向余弦なので，Fig2-2 に示すように (8) が求められます。

$$l_x=l'_y=\cos\theta \qquad l_y=-l'_x=\sin\theta \quad \cdot\cdot\cdot\cdot\cdot (8)$$

また、x-y 座標系に対して、反時計周りに θ だけ回転させる座標変換を与えると、

$$\text{x 軸：}\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}\rightarrow\begin{Bmatrix}\cos\theta\\ -\sin\theta\end{Bmatrix} \qquad \text{y 軸：}\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}\rightarrow\begin{Bmatrix}\sin\theta\\ \cos\theta\end{Bmatrix}$$

となるので、座標変換マトリックス G は (9) 式または (10) 式のようになります。

$$G=\begin{bmatrix}\cos\theta & \sin\theta\\ -\sin\theta & \cos\theta\end{bmatrix}\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot (9) \qquad G=\begin{bmatrix}l_x & l_y\\ l'_x & l'_y\end{bmatrix} \quad \cdot\cdot\cdot\cdot\cdot (10)$$

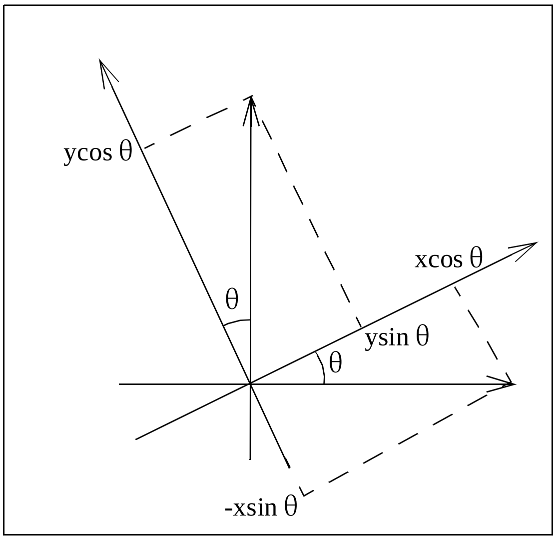


Fig.2-2 座標軸の回転

従って、(7) 式は (10) 式を用いて (11) 式のように表すことができます。このマトリックス積の乗算を実行し、(8) 式の記号を用いれば、(12) 式の関係が得られます

$$\begin{bmatrix}\sigma_u & \tau_{uv}\\ \tau_{uv} & \sigma_v\end{bmatrix}=G\begin{bmatrix}\sigma_x & \tau_{xy}\\ \tau_{xy} & \sigma_y\end{bmatrix}G^T \quad \cdot\cdot\cdot\cdot\cdot (11)$$

$$\begin{aligned}\sigma_u&=\sigma_x\cos^2\theta+\sigma_y\sin^2\theta+2\tau_{xy}\sin\theta\cos\theta\\ \sigma_v&=\sigma_x\sin^2\theta+\sigma_y\cos^2\theta-2\tau_{xy}\sin\theta\cos\theta \quad \cdot\cdot\cdot\cdot\cdot (12)\\ \tau_{uv}&=-(\sigma_x-\sigma_y)\sin\theta\cos\theta+\tau_{xy}(\cos^2\theta-\sin^2\theta)\end{aligned}$$

３．３次元への応用

２次元の座標変換は、座標系の回転する角度で座標変換マトリックスを決めましたが、これは３次元の場合には容易でないので、別の方法で決定します。Fig.2-3 に示すように、任意に 3 次元ベクトル V の u, v, w 座標軸方向の成分を（V_u, V_v, V_w) とし、同じベクトル V の x, y, z 座標軸方向の成分を（V_x, V_y, V_z) とすると、この二つの座標系の間の座標変換は、次のように表されます。

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{V}_x\\ \boldsymbol{V}_y\\ \boldsymbol{V}_z\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}C_{11} & C_{12} & C_{13}\\ C_{21} & C_{22} & C_{23}\\ C_{31} & C_{32} & C_{33}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\boldsymbol{V}_u\\ \boldsymbol{V}_v\\ \boldsymbol{V}_w\end{bmatrix} \quad \cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot (13)$$

上式の座標変換行列の要素 C_{ij} の物理的意味を知るために、3 次元ベクトル V として、特に u 軸方向の単位ベクトル e_u を取り上げてみます。e_u の u, v, w 軸方向の成分は、(1, 0, 0) となります。これを (13) 式の右辺のベクトルに代入して乗算を実行すると、(C_{11}, C_{21}, C_{31}) が e_u の x, y, z 軸方向の成分となることがわかります。同様にして、(C_{12}, C_{22}, C_{32}) が v 軸方向の単位ベクトル e_v, また (C_{13}, C_{23}, C_{33}) が w 軸方向の単位ベクトル e_w の x, y, z 軸方向の成分となります。すなわち、(13）式の座標変換行列の第 1、第 2、第 3 列は、それぞれ変換前の座標軸 u, v, w 方向の単位ベクトルを変換後の座標系 x, y, z の成分で表したものになっています。

以上の手順を用いて座標変換行列を決定します。はじめに、局所座標系 u 軸を取ります。その一端つまり a 端における断面の 2 つの断面主軸の方向を v, w 軸とします。この u, v, w 軸方向の単位ベクトルの成分を、全体座標 x, y, z で表すことができれば、局所座標系から全体座標系への座標変換が得られたことになります。このために、以下に示す計算を行います。Fig2-4 を参照して下さい。

まず u 軸を決定する両端 a, b の座標 (x_a, y_a, z_a) および (x_b, y_b, z_b) を決定します。この他に、u, v 軸を含む平面内に点 C を選び、その座標を (x_c, y_c, z_c) とします。点 C は、v 軸に近いことが望ましいのですが、u 軸上でなければ、uv 面のどこにあっても差し支えありません。さて、点 a, b を結ぶベクトルを a_u、また点 a, c を結ぶベクトルを a_c とすると、これらのベクトルの x, y, z 座標系内での成分は (14) 式のようになります。

$$a_u = \begin{bmatrix} x_b - x_a \\ y_b - y_a \\ z_b - z_a \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} a_{ux} \\ a_{uy} \\ a_{uz} \end{bmatrix} \qquad a_c = \begin{bmatrix} x_c - x_a \\ y_c - y_a \\ z_c - z_a \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} a_{cx} \\ a_{cy} \\ a_{cz} \end{bmatrix} \quad \cdots\cdots (14)$$

次に、a_u と a_c のベクトル積を作ると、両者の直交する方向すなわち w 軸方向のベクトルが得られるので、これを計算して a_w とおくことにすると (15) 式となります。さらに、v 軸方向のベクトルを得るために、a_w と a_u のベクトル積を求め、これを a_v とします。

$$a_w = \begin{bmatrix} a_{ux} \\ a_{uy} \\ a_{uz} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} a_{cx} \\ a_{cy} \\ a_{cz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{uy}a_{cz} - a_{uz}a_{cy} \\ a_{uz}a_{cx} - a_{ux}a_{cz} \\ a_{ux}a_{cy} - a_{uy}a_{cx} \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} a_{wx} \\ a_{wy} \\ a_{wz} \end{bmatrix} \cdots\cdots (15) \quad a_v = \begin{bmatrix} a_{wx} \\ a_{wy} \\ a_{wz} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} a_{ux} \\ a_{uy} \\ a_{uz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{wy}a_{uz} - a_{wz}a_{uy} \\ a_{wz}a_{ux} - a_{wx}a_{uz} \\ a_{wx}a_{uy} - a_{wy}a_{ux} \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} a_{vx} \\ a_{vy} \\ a_{vz} \end{bmatrix} \cdots\cdots (16)$$

これで、u, v, w 軸方向のベクトル a_u, a_v, a_w を決定することができました。これらを単位ベクトルにするには、それぞれのベクトルの成分をそのベクトルの長さで割ります。

$$e_u = \begin{bmatrix} a_{ux}/l_u \\ a_{uy}/l_u \\ a_{uz}/l_u \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} e_{ux} \\ e_{uy} \\ e_{uz} \end{bmatrix} \qquad e_v = \begin{bmatrix} a_{vx}/l_v \\ a_{vy}/l_v \\ a_{vz}/l_v \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} e_{vx} \\ e_{vy} \\ e_{vz} \end{bmatrix} \qquad e_w = \begin{bmatrix} a_{wx}/l_w \\ a_{wy}/l_w \\ a_{wz}/l_w \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} e_{wx} \\ e_{wy} \\ e_{wz} \end{bmatrix} \cdots\cdots (17)$$

ここで、$l_u = \sqrt{a_{ux}{}^2 + a_{uy}{}^2 + a_{uz}{}^2}$ $l_v = \sqrt{a_{vx}{}^2 + a_{vy}{}^2 + a_{vz}{}^2}$ $l_z = \sqrt{a_{wx}{}^2 + a_{wy}{}^2 + a_{wz}{}^2}$

したがって、局所座標から全体座標への 3 次元の座標変換行列 C_3 は、次のように求められます。

$$C_3 = \begin{bmatrix} e_{ux} & e_{vx} & e_{wx} \\ e_{uy} & e_{vy} & e_{wy} \\ e_{uz} & e_{vz} & e_{wz} \end{bmatrix} \cdots\cdots (18)$$

但し、MARC のユーザ • サブルーチン ORIENT で入力する座標変換マトリックス G は、全体座標系から局所座標系への座標変換なので、以下のように求められます。

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} = \boldsymbol{G} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \qquad \boldsymbol{G} = C_3{}^T = \begin{bmatrix} e_{ux} & e_{uy} & e_{uz} \\ e_{vx} & e_{vy} & e_{vz} \\ e_{wx} & e_{wy} & e_{wz} \end{bmatrix} \cdots\cdots (19)$$

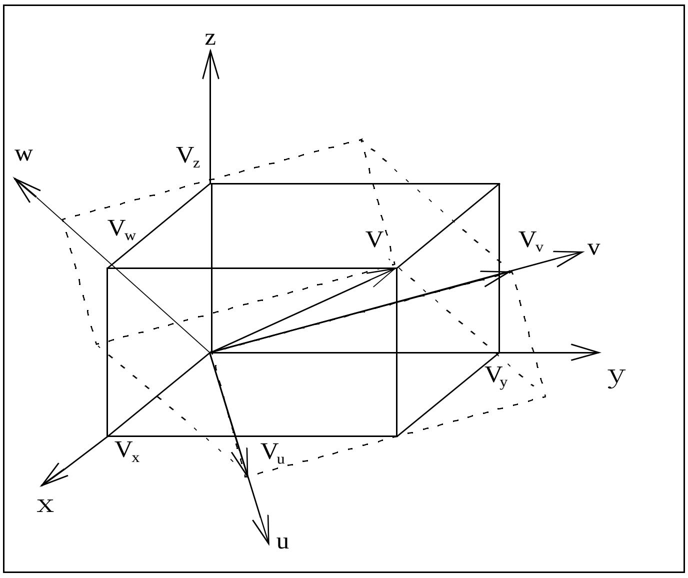


Fig.2-3

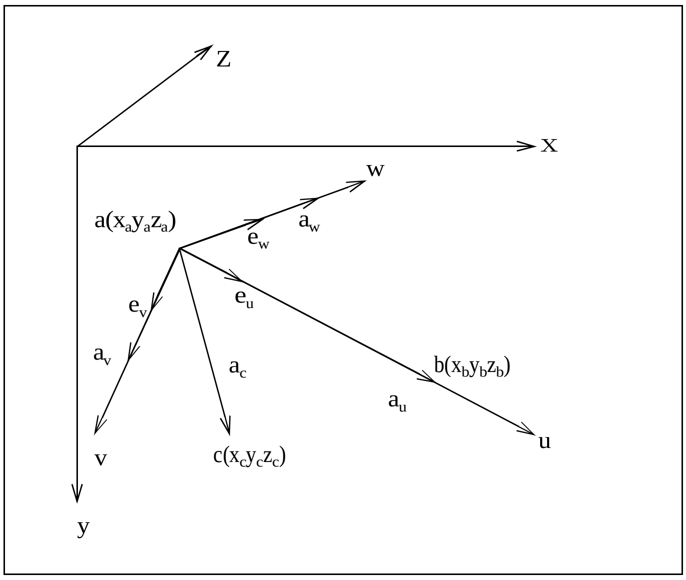


Fig.2-4

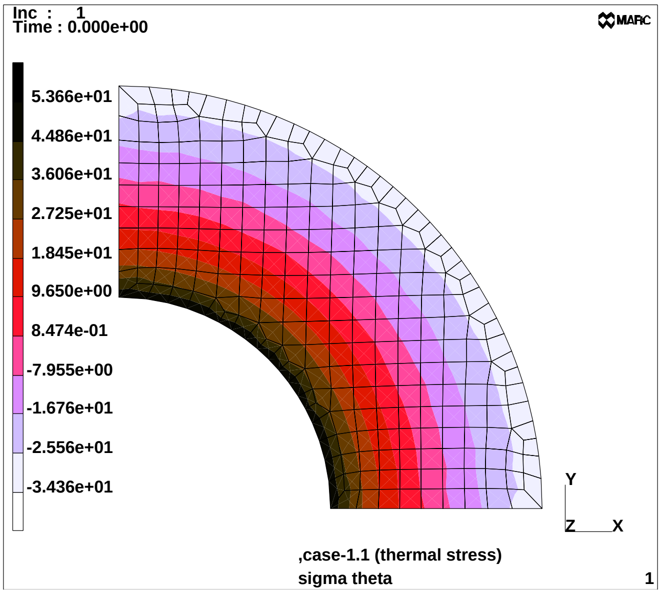
3 次元ベクトルの座標変換

４．解析例

特集 1 で使ったものと同じ厚肉円筒での熱応力問題を考えます。Fig.1-5 に示したような温度分布を与えました。このとき、平面ひずみ条件、すなわち紙面垂直方向の変位を0に拘束する条件では、円周方向応力の理論解は次のようになります。

$$\sigma_\theta = \frac{1}{2}\alpha\frac{1}{(1-\nu)}[(k^2T_2 - T_1) + (T_2 - T_1)(b/r^2)/(k^2/1) - (T_2 - T_1)/(\log_e k - T)] \qquad \text{ここで}\quad k = b/a$$

MARC の要素タイプ 11 の平面ひずみ要素では応力の方向は全体座標系と一致しています。したがって、このモデルで応力の第 1 方向を円筒の中心から積分点への方向、すなわち半径方向とすることにより、(9) 式によって簡単に座標変換マトリックスが決まります。円周方向は第 2 方向となります。こうして求められた円周方向応力の分布を Fig.3-1 に、また半径方向のパスプロットを Fig.3-2 に示します。



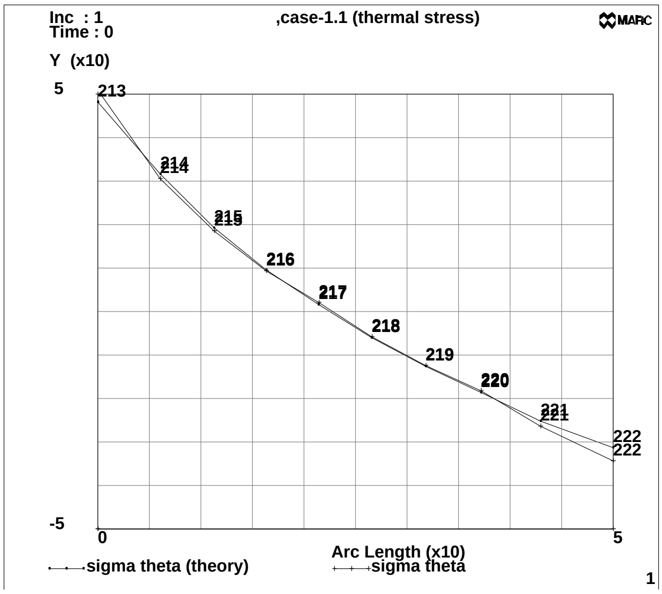


Fig.　3-1　　　　応力分布（2 次元）　　　　Fig.　3-2

次に要素タイプ 7 の 3 次元立体要素を使って、上記の 2 次元のモデルを Z 軸方向へのばしたモデルを考えます。Fig.3-3 に示すように、このモデルでは積分点を a（x_a, y_a, z_a）とすると、u 軸を決定する点 b を b　(0,　0,　z_a）と決められます。点 b は、円筒の中心軸上で高さが z_a の位置を示すことになります。次に u-v 平面を決定する点 c を u 軸上にない十分に遠い点　c(-10^{-10},　10^{10},　z_a) と決めます。a_u と a_c のベクトル積から w 軸方向のベクトルが得られ、これを a_w とします。更に、a_w と a_u のベクトル積から v 軸方向のベクトル a_v が得られます。これで u,　v,　w 軸方向のベクトルが全て求められました。これらをその長さで割り単位ベクトルとし、転置を求めることで座標変換マトリックスが求められます。

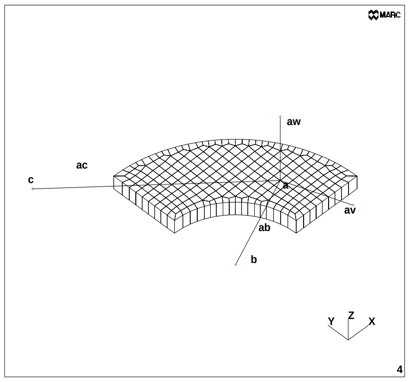


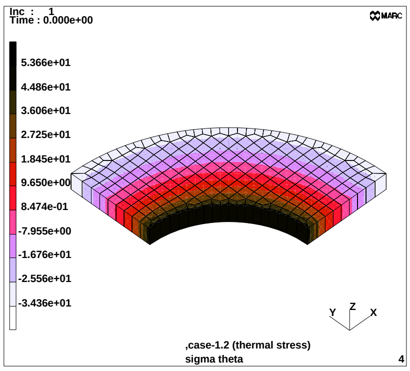
Fig.3-3　3 次元の座標変換

これを用いて求められた応力分布図を Fig.3-4 に、また半径方向のパスプロットを Fig.3-5 に示します。

以上に 2 次元、3 次元の例を示しましたが、その解は同一であり、かつ理論解と一致することがわかります。

＊　：http://web.mit.edu/hsakuta/www/Doc/Bilinear/Bilinear.html

＊＊　：MARC は日本マーク株式会社殿の製品です。



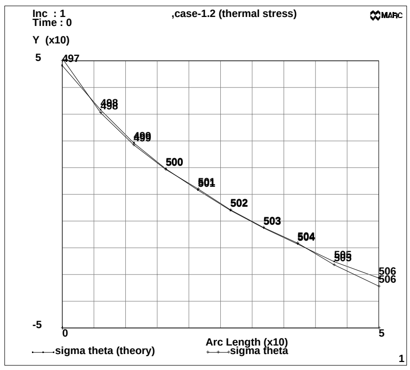


Fig.3-4　　　　Fig.3-5

応力分布(3 次元)

株式会社メカニカル・デザイン・アンド・アナリシス　担当　小山宛　　FAX0424-82-5106（TEL0424-82-1539）

Mech D & A 解析データ申込書

ふりがな お　名　前	
貴社名・御所属	
御　住　所	〒
TEL・FAX	TEL　　　　　　　　　　　　FAX
フロッピーディスクの種別 (○をつけて下さい)	・SUN フォーマット　　　・DOS/V　　　・不要（資料のみ）
通　信　欄	注：納品書兼請求書は弊社様式で商品と共に送付致します。 代金の振込手数料はお客様の負担とさせて頂きます。

御希望の項目に○をつけ、金額を記入して下さい。尚、(　) 内の価格はフロッピーディスクを含まない資料だけの金額です。

最新刊

1	**2 次元の線形補間・応力の座標変換（vol. 98-2）**		￥10,000（￥8,000）
	以下既刊		
2	**自励振動の解析** （vol. 95-1.1）	ブレーキを例にとり､クーロン摩擦による自励振動の発生と対策を、速度依存の 外力を定義することによって解析しました。	￥5,000 （￥3,000）
3	**接触による応力集中** （vol. 95-1.2）	曲面同士の接触による応力集中（Hertz's 応力）の理論解を、接触解析の諸機能（Gap, CONTACT）を用いて扱った例題です。	￥5,000 （￥3,000）
4	**凝固プロセスの解析** （vol. 95-2.1）	氷の生成を例にとり､相変化を伴う熱伝導と熱応力を解析した例題です。潜熱と凝固体積変化のモデル化がポイントです。	￥5,000 （￥3,000）
5	**大ひずみ粘弾性球の衝突解析**（vol. 95-2.2）	粘弾性球の落下衝突を解析した例題です｡衝突速度によって反跳の挙動 に差が生ずることを明らかにしました。	￥20,000（￥18,000）
6	**非ニュートン流体の解析** （vol. 95-3.1）	円管流れの理論解を対象として、粘性流体の速度場を求めました。また、液滴の落下問題を応用例として解析した例題です。	￥15,000（￥13,000）
7	**粘弾性解析の基礎モデル** （vol. 95-3.2）	Maxwell と Voigt モデルによる粘弾性解析の基礎データです。微小ひずみだ けでなく、大ひずみの問題を含みます。	￥10,000（￥8,000）
8	**熱衝撃応力の厳密解** （vol. 95-4.1，vol. 95-4.2）	円盤の表面を急冷する問題を例にとり､非定常熱伝導と熱衝撃応力を求めました。理論解と一致する結果が得られました。	￥10,000（￥8,000）
9	**ボルト締結の健全性評価** （vol. 96-1）	ボルトの締付力と外力のバランスをモデル化し､締結後の浮上りやへたりを扱った例題です。理論解と一致しました。	￥10,000（￥8,000）
10	**ロール圧延の解析** （vol. 96-2）	MARC Contact 機能における摩擦解析の精度を向上させ、ロール接触面での速度および圧力の分布を求めた例題です。理論解と一致しました。	￥20,000（￥18,000）
11	**表面張力の解析** （vol. 96-3.1）	水がストローの中を表面張力によって上昇する問題を解析し､理論解と一致することを確認しました。	￥20,000（￥18,000）
12	**浮遊体の固有振動解析** （vol. 96-3.2）	飛行体のように境界条件を持たない条件下での固有値解析の手法を示す例題です。	￥10,000（￥8,000）
13	**衝撃応答の解析** （vol. 96-4）	質点の玉突き衝突、落下による衝撃、及び梁の衝撃曲げの理論解と整合させた例題です。	￥15,000（￥13,000）
14	**接触による応力の集中と減衰**（vol. 97-1 ）	無限の領域を表現するために、半無限要素を適用した例題です。ゴムの JIS 硬さ試験を取上げて検討しました。	￥20,000（￥18,000）
15	MARC **ユーザ・サブルーチン支援キット**（ vol. 97-2）	MARC プログラム本体から､COMMON 変数を用いて種々のデータを取出すサブルーチンをキットとしてまとめました。	￥50,000（￥18,000）
16	**弾塑性材料試験支援キット** （Vol. 97-3）	材料の引張試験データを､べき乗則により曲線近似するプログラムをキット化しました。歪速度依存性への応用を含みます。	￥30,000（￥18,000）
17	**流体連成振動解析** （Vol. 97-4）	流体によって物体に作用する力の考え方を取りまとめました｡付加質量効果を考慮した固有値解析の例題を含みます。	￥10,000（￥8,000）
18	MARCK7 **による流体解析** （Vol. 97-4）	厳密解のある定常･非定常流れ、混合距離理論による乱流を扱った例題です。いずれも、理論解・実測値に一致します。	￥20,000（￥18,000）

株式会社メカニカル・デザイン・アンド・アナリシス
〒 182-0024　東京都調布市布田 1-40-2-603
TEL0424-82-1539　FAX0424-82-5106
URL http://www.mech-da.co.jp

小　　計 ＿＿＿＿＿円
消費税 (5%) ＿＿＿＿＿円
合　　計 ＿＿＿＿＿円