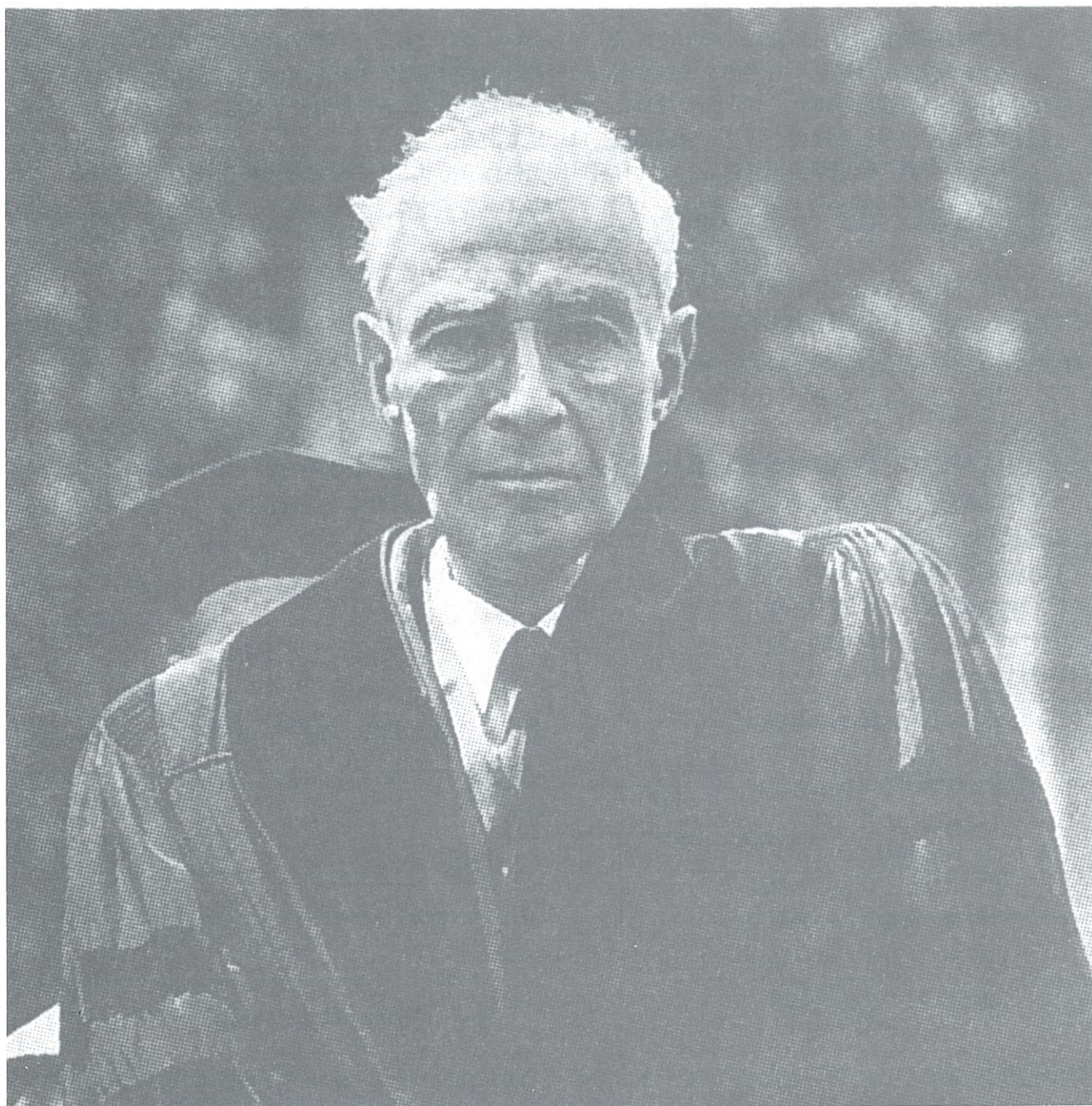


vol.96-2

Mech D & A News

Mechanical Design & Analysis Co.

July 1996



Robert Oppenheimer, 1904 ~ 1967

【特集】 ロール圧延の解析 —古典理論による検証—
Rolling Analysis of a Sheet

【特集】 ロール圧延の解析

ロールによる圧延の解析では、ロールと板材の接触面における摩擦が大きな役割を持ちます。MARC プログラム*の CONTACT 機能は、収束の安定化を図るために、接触面において常に滑りを生ずることを前提にコーディングされています。このため、ロール圧延のように摩擦によって材料を引込むような解析では、無用の滑りを生じて精度を確保することが著しく困難になります。今回は、この課題に取り組んでみました。接触面における接線方向の速度を評価し、古典的な理論によって与えられている速度の中立点、および接触面圧の分布が正しく表現できることを確認した例題です。

1.1 圧延の基礎理論**、***

帯板の冷間圧延を、以下のような仮定に基づいて検討します。

- (1) 材料は圧延方向だけに流れて幅方向には広がらない。これは板厚と板幅の比が約 0.05 以下ならば許される。
- (2) 材料の横断面は圧延中も平面を保持する。この横断面は主応力面であり、その上の応力分布は一様である。(これは初等理論と呼ばれ、ロールと材料との接触角 θ_1 が十分に小さい場合を想定しています。)
- (3) 材料とロールとの間のクーロン摩擦係数 μ は一定である。
- (4) ロールの弾性変形は無視できる。また材料は剛塑性体であり、そのせん断の降伏応力は k とする。

最初の仮定は平面ひずみの条件を表し、剛塑性の条件下では (1) 式のようなミーゼスの降伏条件は (2) 式のように簡単な形で表現できます。

$$(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 = 2S_y^2 = 6k^2 \quad \dots\dots(1) \quad \sigma_x - \sigma_y = 2k \quad \dots\dots(2)$$

ここで σ_x , σ_y はそれぞれ圧延方向および厚さ方向の主応力で、 $\sigma_x > \sigma_y$ の関係があります。また S_y は引張の降伏応力であり、(1) 式からわかるように、ミーゼスの降伏条件の下では $S_y = \sqrt{3}k$ の関係にあります。

1.2 基礎式

Fig.1-1 に圧延のモデル図を示します。材料はロールの入り口において摩擦力によってロールにかみ込まれますが、滑りを生じて入り口近傍の材料の流れはロールの回転よりも遅れます。しかし材料の非圧縮性により、材料は出口に向かって進むにつれて次第に増速します。その途中でロールの周速と一致する点があり、それを過ぎると材料の方がロールより先進します。この点 N を中立点と呼びます。図中に示す記号は以下の通りです。

- x : ロールの出口からの距離
- h : 点 x における材料の厚さ
- θ : 点 x における接触弧の法線と鉛直線とのなす角
- R : ロールの半径
- p : 点 x におけるロールと材料との間の接触圧力 (絶対値)
- σ_x : x 断面に作用する垂直応力 (横断面上で一様と仮定)

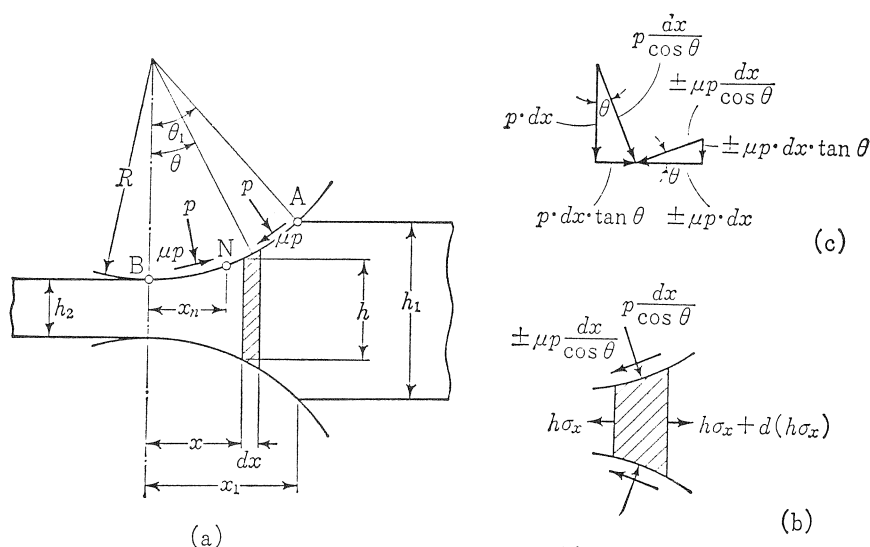


Fig. 1-1 ロール圧延

いま圧延方向の長さが dx 、厚さが h 、幅が単位長さの微小部分に作用する力の釣合いを考えます。x 面に作用する力は $h\sigma_x$ 、 $x+dx$ 面では $h\sigma_x + d(h\sigma_x)$ 、ロールからの法線力は $p \cdot dx / \cos \theta$ 、摩擦力は $\pm \mu p \cdot dx / \cos \theta$ です。ただし摩擦力は中立点を境にしてその前後で方向が変わることを考慮し、複号は遅れの部分 AN に対しては上側を、先進の部分 NB に対しては下側をとることにします。水平方向の力のつりあいより

$$d(h\sigma_x) + 2p \cdot dx \cdot \tan \theta - (\pm 2\mu p \cdot dx) = 0 \quad \dots\dots(3) \quad \therefore \frac{d(h\sigma_x)}{dx} - 2p(-\tan \theta \pm \mu) = 0 \quad \dots\dots(4)$$

これはカルマンの方程式として知られています。次に、微小部分の厚さ方向の応力 σ_y は、接触面に作用する力の鉛直成分 $p \cdot dx(1 \pm \mu \cdot \tan \theta)$ とのつりあいから(5)式のようになります。薄板の冷間圧延の場合には接触角 θ_1 および摩擦係数 μ は小さいので、1に比べて $\mu \cdot \tan \theta$ を無視することができるので、(6)式とおけます。更に、(2)式より(7)式のようになります。

$$\sigma_y = -p(1 \pm \mu \cdot \tan \theta) \quad \dots\dots(5) \qquad \sigma_y = -p \quad \dots\dots(6) \qquad \sigma_x + p = 2k \quad \dots\dots(7)$$

また幾何学的関係より(8)式が成立するので、(7)、(8)式を(4)式に代入すれば(9)式が得られます。

$$\frac{d(h/2)}{dx} = \tan \theta \quad \dots\dots(8) \qquad h \frac{d\Phi}{dx} \pm 2\mu p - 4k \cdot \tan \theta = 0 \quad \dots\dots(9)$$

1.3 接触面圧の分布

薄板の場合には(10)式の近似が利用でき、更に(8)式を組合せると(12)式が得られます。

$$\tan \theta \doteq \sin \theta = x/R \quad \dots\dots(10) \qquad \frac{dh}{dx} \doteq 2 \frac{x}{R} \quad \dots\dots(11) \qquad h \doteq h_2 + x^2/R \quad \dots\dots(12)$$

これは半径 R の円弧を放物線で近似した場合に相当します。(10)、(12)式を(9)式に代入すれば、

$$\left(h_2 + \frac{x^2}{R} \right) \frac{d\Phi}{dx} \pm 2\mu p - 4k \frac{x}{R} = 0 \quad \dots\dots(13)$$

ロール入口及び出口における境界条件を満足するように(13)式を解けば、接触面圧の分布が求められます。

ここで帯板に作用する後方および前方の張力をそれぞれ単位横断面積あたり σ_{x1} 、 σ_{x2} とすれば、(13)式に対する境界条件は次のようになります。

$$(i) \ x=x_1 \text{ において } \sigma_x = \sigma_{x1}, \quad p = 2k - \sigma_{x1} \qquad (ii) \ x=0 \text{ において } \sigma_x = \sigma_{x2}, \quad p = 2k - \sigma_{x2} \quad \dots\dots(14)$$

圧延前後の厚さ h_1, h_2 およびロール半径 R が既知のときは、接触長さ x_1 は(12)式より以下のように与えられます。

$$x_1 = \sqrt{R(h_1 - h_2)} \quad \dots\dots(15) \qquad \text{ここで} \quad \zeta = \frac{x}{\sqrt{Rh_2}} \left(\doteq \sqrt{\frac{R}{h_2}} \theta \right), \quad \eta = \frac{p}{2k}, \quad a = 2\mu \sqrt{\frac{R}{h_2}} \quad \dots\dots(16)$$

とおけば、(13)式は(17)式のように無次元化できます。ここで ζ, η は変数、 a は定数です。さらに(18)式とおくと、(17)式は(19)、(20)式のようになります。

$$(1 + \zeta^2) \frac{d\eta}{d\zeta} \pm a\eta = 2\zeta \quad \dots\dots(17) \qquad \zeta = \tan \psi, \quad d\zeta / (1 + \zeta^2) = d\psi \quad \dots\dots(18)$$

$$\frac{d\eta}{d\psi} \pm a\eta = 2 \tan \psi \quad \dots\dots(19) \qquad \therefore \eta = e^{-(\pm a\psi)} \left(C + 2 \int e^{\pm a\psi} \tan \psi \cdot d\psi \right) \quad \dots\dots(20)$$

ただし複号は、遅れの部分ANに対しては上側を、先進の部分NBに対しては下側をとります。Nadai****は解析的に(20)式の積分を行うために、近似的に $\tan \psi \doteq \psi$ とおいて次の解を得ました。すなわち遅れの部分ANにたいしては(21)式、先進の部分NBに対しては(22)式です。

$$\eta = C_1 e^{-a\psi} - 2(1 - a\psi)/a^2 \quad \dots\dots(21) \qquad \eta = C_2 e^{a\psi} - 2(1 + a\psi)/a^2 \quad \dots\dots(22)$$

いま(16)式および(18)式の無次元化を用いて上式を解くと、 $p = \eta \cdot 2k$ は遅れの部分ANでは

$$p = 2k \left\{ \left(\eta_1 + 2 \frac{1 - a\psi_1}{a^2} \right) e^{a(\psi_1 - \psi)} - 2 \frac{1 - a\psi}{a^2} \right\} \quad \dots\dots(23)$$

先進の部分NBでは

$$p = 2k \left\{ \left(\eta_2 + \frac{2}{a^2} \right) e^{a\psi} - 2 \frac{1 + a\psi}{a^2} \right\} \quad \dots\dots(24) \qquad \text{ここで変数}\psi \text{は(18)、(16)両式より} \quad \psi = \tan^{-1} \frac{x}{\sqrt{Rh_2}} \quad \dots\dots(25)$$

Fig. 1-2は接触面圧 p を以上の式を用いて計算した結果を示します。この山形の面圧分布は摩擦丘と呼ばれ、中立点Nにおいて面圧の最大値を生ずるという重要な結果を与えます。ここで前方あるいは後方の張力を負荷すると、接触面圧 p は減少します。また中立点は後方張力を加えると前方に移動し、前方張力を加えると逆に後方に移動します。両張力が等しいときには、張力を増すと中立点は前方へ移動することがわかります。なお、図中の $\epsilon = (h_1 - h_2)/h_1$ は圧下率と呼ばれ、厚さの減少率を表します。

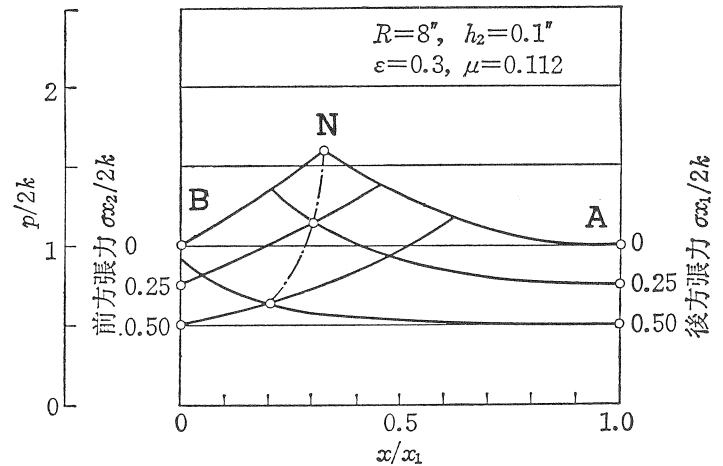


Fig. 1-2 接触面圧と中立点

1.4 FEM 解析

Fig. 1-2に示した理論解に対応する解析を行いました。解析条件は以下の通りです。なお理論解では規定されていませんが、ロールの周速は以下の値を用いました。また張力の影響を見るために、前方張力がある場合とない場合の2ケースを解析しました。材料定数は、理論解では剛塑性を仮定していますが、ここでは下記の弾塑性材料を想定して解析しました。

ロール半径 $R=8\text{in}=203.2\text{mm}$, 材料板厚 $h_2=0.1\text{in}=2.54\text{mm}$, 圧下率 $\epsilon=0.3$, クーロン摩擦係数 $\mu=0.112$
 ロール周速 $v=-20\text{mm/sec}$, 前方張力 $\sigma_{x2}/2k=0$ or 0.5
 $E=20000\text{kg/mm}^2$, $\nu=0.3$, $S_y=17.32$ ($k=10$) kg/mm^2

Fig. 1-3はモデル形状を示します。材料は平面ひずみ要素を用いて肉厚の1/2をメッシュ分割しました。大変形解析のオプションを組合せています。ローラはCONTACTの剛体壁でモデル化し、接触面には摩擦を効かせました。CONTACTの中ではいくつか摩擦モデルが用意されていますが、ここではロール圧延用のクーロン摩擦オプション*****を適用しました。このオプションを使用すると、各イタレーションで得られた接触面間の相対滑り速度に対して摩擦力が定義されます。この結果、中立点をはさんで速度の正負が振動して不安定になるといったトラブルを回避するのに役立ちます。またFig.1-3に示すように解析途中(Inc.30)までは仮想のラムで材料を押込むことにより、ローラによるかみ込みを助けてました。ラムの速度は、ローラの周速と同じ値を採用しました。材料が安定にかみ込まれたのを確認した後、条件によっては前方張力を加え、定常状態に至るまで解析を進めました。

Fig. 1-4は接触部分の拡大図です。先の(15)式により与えられる接触長さ $x_1=12.44\text{mm}$ を図中に示しています。Fig. 1-5は代表的な節点の接線方向速度の履歴を示します。ローラの周速 -20mm/sec に対し、出口側(Node 1)は約 -22mm/sec 、入口側(Node 57)は約 -15mm/sec となっていることがわかります。また中間のNode 20は、Inc. 180付近で中立点(-20mm/sec)となっています。各種の解析パラメータを注意深く選定した結果、解析を通じて顕著な速度の振動はなく、安定に解析を進めることができました。Fig. 1-6はInc.180における接触部分での速度分布です。横軸は $x_1=12.44\text{mm}$ の範囲を示しており、10分割の表示となっています。この図から、横軸の約0.35に相当する位置が中立点であることがわかります。また、Fig. 1-7はこのときの接触面圧の分布です。中立点の位置および面圧の値とも、Fig.1-2の理論解と良く一致しました。なお、Fig.1-2では面圧は正の表示であり、せん断降伏応力 $k=10\text{kg/mm}^2$ で無次元化していることに注意して下さい。

Fig. 1-8は前方張力として $\sigma_{x2}/2k=0.5$ を与えたときの結果です。これも理論解と良く一致し、ロール圧延のプロセスを妥当に解析できることがわかりました。

* MARCは日本マーク株式会社殿の製品です。

** 圧延の理論については、益田・室田，改訂工業塑性力学，養賢堂，1993.を参照させて頂きました。

*** R. Hill, The Mathematical Theory of Plasticity, Oxford, 1950.

**** A. Nadai, Journal of Applied Mechanics, 6, 1939.

***** A.W.A. Konter and A. Bout, Finite Element Techniques in the Analysis of Rolling Processes, MARC Analysis Research Co.- Europe, 1993.

表紙写真は、藤永，「ロバート・オープンハイマー」，朝日選書 549, 1996.より引用させて頂きました。

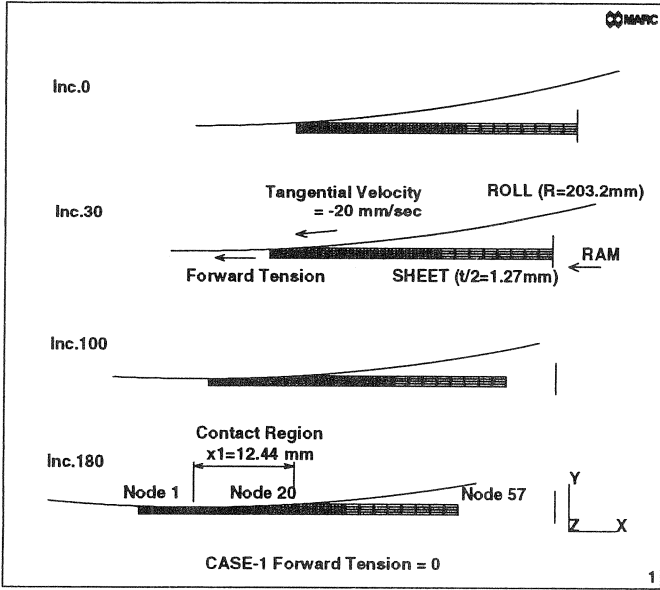


Fig. 1-3 解析モデル

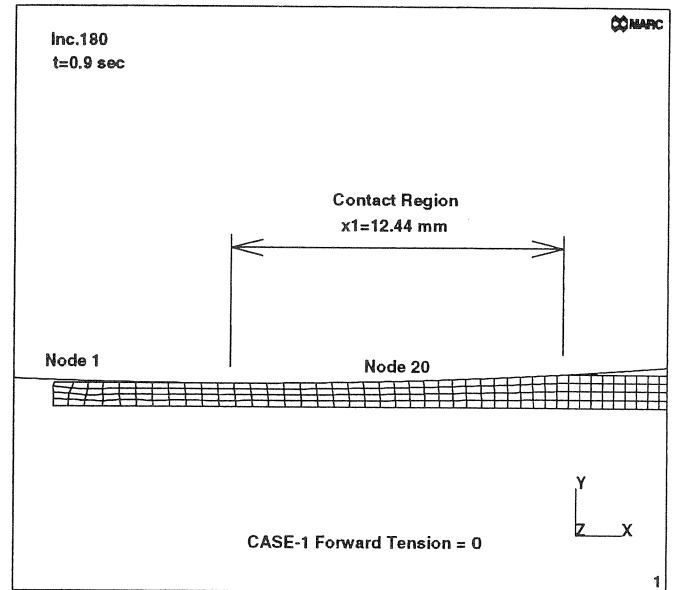


Fig. 1-4 接触部分

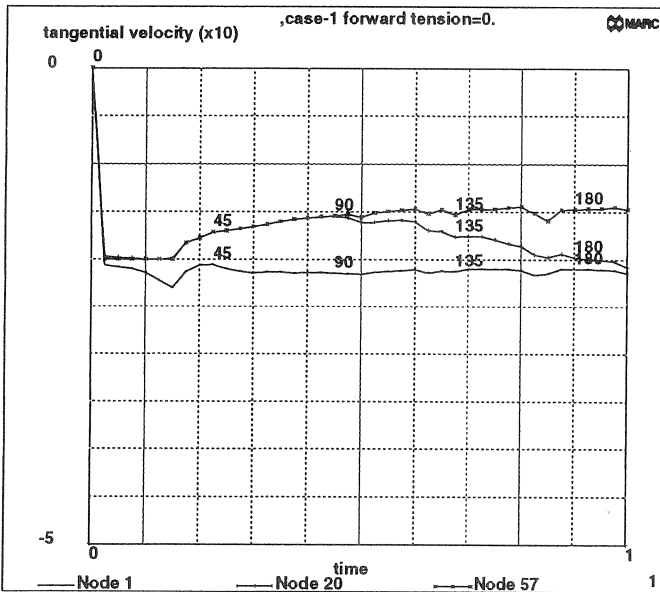


Fig. 1-5 接線方向速度の履歴

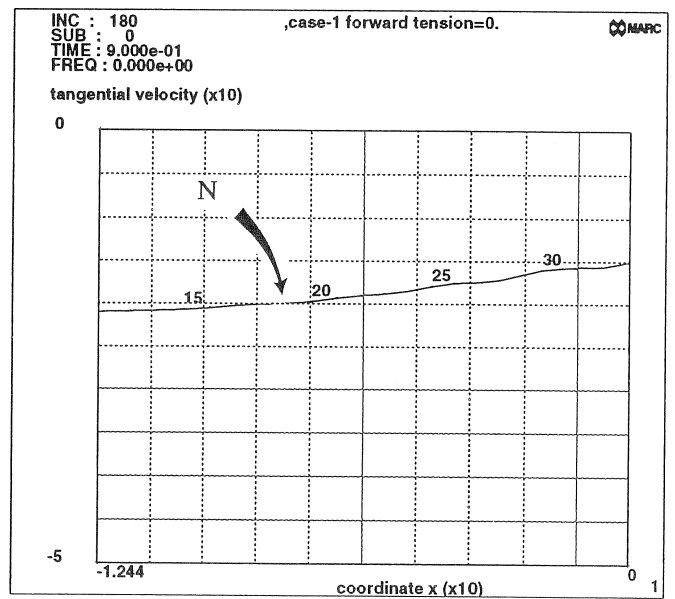


Fig. 1-6 接触部分での速度分布

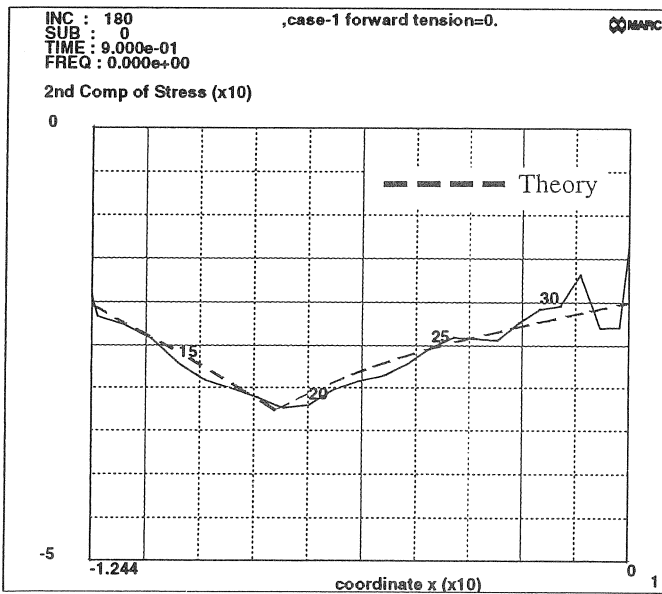


Fig. 1-7 接触面圧分布 (前方張力なし)

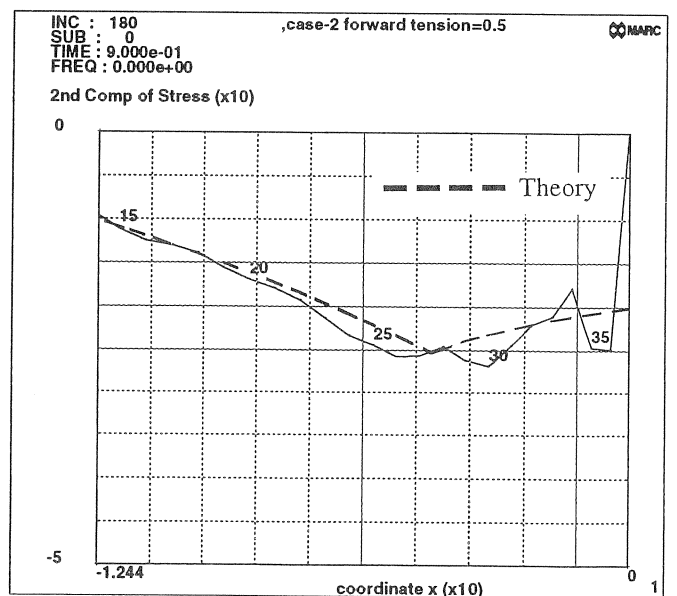


Fig. 1-8 接触面圧分布 (前方張力=0.5)