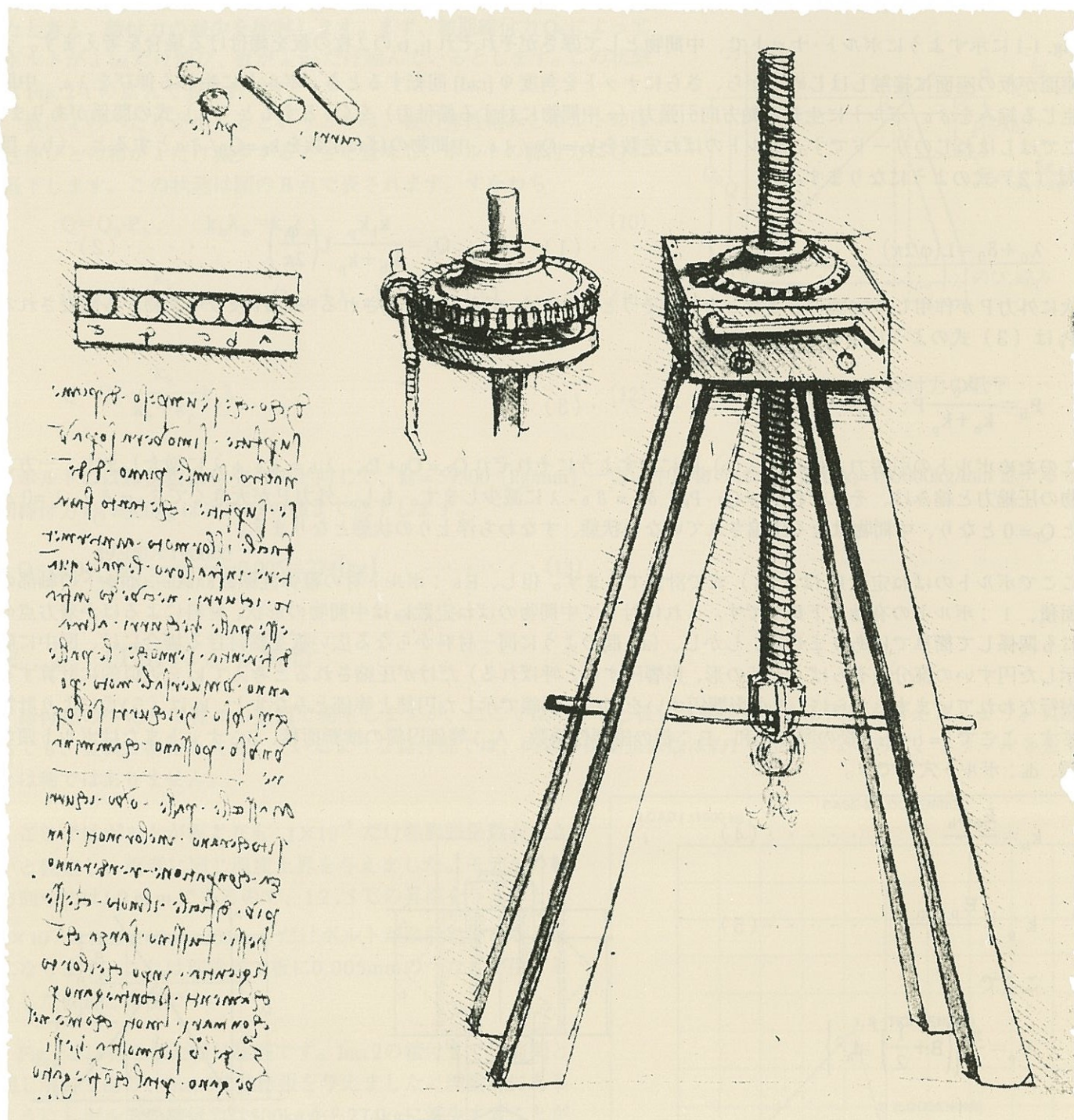


# Mech D & A News

Mechanical Design & Analysis Co.

May 1996



## 【特集】 ボルト締結の健全性評価

— 疲労限界と緩み防止の設計 —

Integrity of Bolt Tightening Structures

# 【特集 1】 ボルトの限界設計

## 1.1 はじめに

ボルトを含む構造を解析する場合、完全固定あるいはバネとして簡易にモデル化することがあります。しかし、ボルト自身の応力を知るには締付による予張力を加味する必要がありますし、また外力による浮上りや座面のへたりを見るためには、やはり予張力と外力のバランスを適正にモデル化する必要があります。ここではまず旧来のボルト締付の設計法を振り返り、次にFEMによるモデル化を適用した例を示します。

## 1.2 ボルト締付の考え方\*

Fig. 1-1 に示すようにボルト・ナットで、中間物として厚さがそれぞれ  $t_1, t_2$  の2枚の板を締付ける場合を考えます。ナット座面が板の座面に接触しはじめてから、さらにナットを角度  $\phi$  [rad] 回転するとき、ボルトに生じる伸びを  $\lambda_0$ 、中間物に生じる縮みを  $\delta_0$ 、ボルトに生じる軸方向引張力 (= 中間物に対する締付力) を  $Q_0$  とすると (1) 式の関係があります。ここでは  $L$  はねじのリードです。ボルトのばね定数を  $k_b = Q_0 / \lambda_0$ 、中間物のばね定数を  $k_p = Q_0 / \delta_0$  とすると、(b) 図の  $Q_0$  は (2) 式のようにになります。

$$\lambda_0 + \delta_0 = L(\phi/2\pi) \quad \dots \dots (1) \quad Q_0 = \frac{k_b k_p}{k_b + k_p} L \left( \frac{\phi}{2\pi} \right) \quad \dots \dots (2)$$

次に外力  $P$  が作用して(a)図のCとDとを引離そうとするとき、ボルトに付加される内力  $P_b$  及び中間物から除去される内力  $P_p$  は (3) 式のようにになります。

$$P_b = \frac{k_b}{k_b + k_p} P, \quad P_p = \frac{k_p}{k_b + k_p} P \quad \dots \dots (3)$$

このためボルトの引張力と伸びは、(b) 図に示すようにそれぞれ  $Q_b = Q_0 + P_b$ 、 $\lambda_b = \lambda_0 + \lambda$  に増大します。一方、中間物の圧縮力と縮みは、それぞれ  $Q_p = Q_0 - P_p$ 、 $\delta_c = \delta_0 - \lambda$  に減少します。もし、外力  $P$  が大きくて  $\delta_c = \delta_0 - \lambda = 0$  となると  $Q_p = 0$  となり、中間物は全く圧縮されていない状態、すなわち浮上りの状態となります。

ここでボルトのばね定数  $k_b$  は、(4) 式で計算できます。但し、 $E_b$  : ボルト材の縦弾性係数、 $A_b$  : ボルトの軸部の横断面積、 $l$  : ボルトの有効首下長さです。これに対して中間物のばね定数  $k_p$  は中間物の形状、材料によるほか着力点の位置にも関係して簡単ではありません。しかし、(a) 図のように同一材料からなる広い板を締付ける場合には、図中に破線で示した円すいの部分 (そろばん玉状の形、影響円すいと呼ばれる) だけが圧縮されると考えて  $k_p$  を近似的に計算することが行なわれています。さらに、この影響円すいを図中に斜線で示した円筒と等価とみなすと、 $k_p$  は (5) 式により計算できます。ここで  $l = t_1 + t_2$  : 板の厚さの和、 $E_p$  : 板の縦弾性係数、 $A_p$  : 等価円筒の横断面積、 $B$  : ナットまたはボルト頭の二面幅、 $d_h$  : ボルト穴径です。

$$k_b = \frac{E_b A_b}{l} \quad \dots \dots (4)$$

$$k_p = \frac{E_p A_p}{l} \quad \dots \dots (5)$$

ここで

$$A_p = \frac{\pi}{4} \left\{ \left( B + \frac{l}{2} \right)^2 - d_h^2 \right\}$$

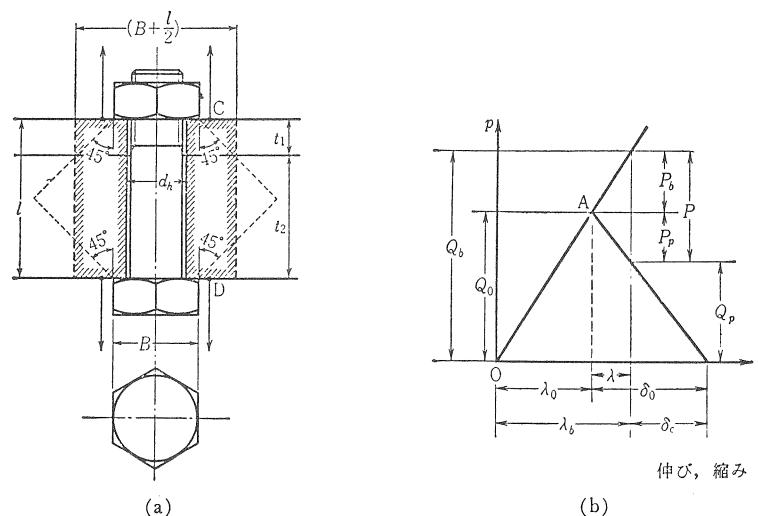


Fig. 1-1 ボルト・ナットによる締付け

### 1.3 限界設計への適用

以上の考え方をを用いて、外力に対するボルト自身の健全性を検討した例を示します。Fig. 1-1においてM 12並目ねじのボルトで2枚の黄銅板（厚さは各20mm）を500kgの初期締付力で締付け、つぎにこの2枚の黄銅板を引離すように外部から片振り引張荷重（0⇔500kg）を加えるとき、このボルトは疲労破壊に対して安全であるかどうかを検討します。ただし、締付けられている黄銅板は十分広いものとし、黄銅の縦弾性係数は6300kg/mm<sup>2</sup>であるとし、安全率Sを2とします。

M 12並目ねじのボルトの谷径はd<sub>1</sub>=9.726mmであるので、Q<sub>0</sub>=500kgの初期締付力によるボルトの谷径断面における引張応力σ<sub>t</sub>は

$$\sigma_t = \frac{Q_0}{(\pi/4) d_1^2} = \frac{500}{0.785 \times (9.726)^2} = 6.73 [\text{kg/mm}^2] \quad \dots \dots (6)$$

ボルトのばね定数k<sub>b</sub>は（4）式で、E<sub>b</sub>=21000 kg/mm<sup>2</sup>, l=40mm, A<sub>b</sub>=(π/4)12<sup>2</sup>=113 mm<sup>2</sup> とおいて

$$k_b = \frac{A_b E_b}{l} = \frac{113 \times 21000}{40} = 59300 [\text{kg/mm}] \quad \dots \dots (7)$$

2枚の黄銅板のばね定数k<sub>p</sub>は（5）式でE<sub>p1</sub>=E<sub>p2</sub>=6300kg/mm<sup>2</sup>, B=21mm, d<sub>h</sub>=12mm, l=2t<sub>1</sub>=40mm とおいて

$$k_p = (E_p A_p / l) = 6300 \times \frac{\pi}{4} \{ (21+20)^2 - 12^2 \} / 40 = 190000 [\text{kg/mm}] \quad \dots \dots (8)$$

(3) 式により、黄銅板を引離すように外部から作用する力PのうちP<sub>b</sub>だけがボルトに付加されます。

$$P_b = \frac{k_b}{k_b + k_p} P = \frac{5.93}{24.93} P = 0.238P \quad \dots \dots (d)$$

外力P=0⇔500kgですからP<sub>b</sub>=0⇔0.238×500=119kgのように内力は変動します。したがって、ボルトの谷径断面の応力σ<sub>t</sub>には最大119/0.785d<sub>1</sub><sup>2</sup>=1.60kg/mm<sup>2</sup>の応力が付加されることになり、σ<sub>t</sub>は6.73 kg/mm<sup>2</sup>⇔8.33kg/mm<sup>2</sup>の間を変動します。すなわち、

$$\text{平均応力 } \sigma_m = \frac{1}{2}(6.73 + 8.34) = 7.53 [\text{kg/mm}^2] \quad \text{応力振幅 } \sigma_r = \frac{1}{2}(8.33 - 6.73) = 0.80 [\text{kg/mm}^2] \quad \dots \dots (9)$$

ボルト材S 20 Cの引張強さをσ<sub>T</sub>=41 kg/mm<sup>2</sup>, 降伏点をσ<sub>S</sub>=25 kg/mm<sup>2</sup>, 両振り疲労限度をσ<sub>W</sub>=14 kg/mm<sup>2</sup>, 安全率をS=2とし、Fig. 1-2のように限界線図を描きます。この線図は、降伏、引張り、及び疲労に対する限界を表しています。線図内に、横座標σ<sub>m</sub>=7.53 kg/mm<sup>2</sup>, 縦座標βσ<sub>r</sub>=3×0.80=2.40 kg/mm<sup>2</sup>の点Aをとると、点Aは安全範囲内にあることがわかります。

### 1.4 FEMによる解析

以上に述べたボルトの締付から外力負荷に至るプロセスをMARC\*\*を用いて解析します。

Fig. 1-3は解析モデルを示します。軸対称のモデルであり、ボルト穴（穴径d<sub>h</sub>=12mm）のまわりの板（厚さl=40mm）をソリッド要素でメッシュ分割しました。ボルトはトラスでモデル化しました。ボルト材は曲げを考慮せず、軸力のみを考えるのが一般的であるので、トラスまたはバネでモデル化するのが簡便です。

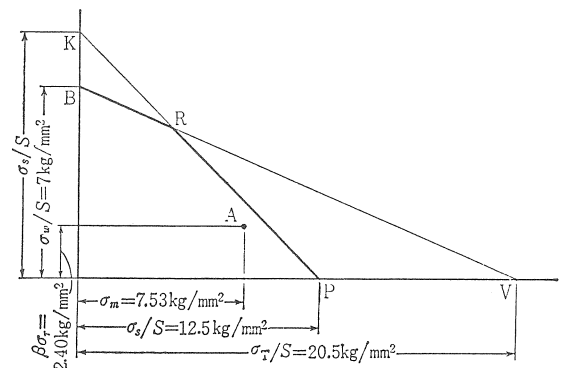


Fig. 1-2 ボルトの疲労限界線図



ボルトの左端 (Node 122) は固定とし、板の座面 (B=12mm) に相当する節点 (Node 1, 2, 3) とTYINGで拘束しました。またボルトの右端 (Node 123) にはInc. 1で引張力 $Q_0=500\text{kg}$ を加えます。同時に板の座面 (Node 111, 112, 123) には圧縮力 $-Q_0=-500\text{kg}$ を加えます。次にInc. 2 でこれらの節点のx方向変位をTYINGさせます。これによって、締付力を予荷重として持った状態でボルトと板が結合されたこととなります。最後にInc.3でボルトの右端に外力 $P=500\text{kg}$ を加えます。

Fig. 1-4 はInc. 2における変形図です。事前に板の座面に荷重を加えて剛性を調べたところ、(5)式による評価は2倍程度剛な結果を与えることがわかったので、FEM解析では板のヤング率を上増して理論解と合わせるようにしました。

Fig. 1-5 は締付線図を示します。Fig. 1-1の理論解と一致する結果となりました。尚、この図はユーザ・サブルーチンPLOTVの中で、ボルトと板の節点の変位をモニターし、締付線図の作成に必要な諸量をポストテープに出力させた結果です。またFig. 1-6はボルトの引張応力の履歴です。理論解が谷径基準の応力で与えられているので、やはりPLOTVの中で公称径基準の応力から補正しました。締付時 $6.73\text{kg/mm}^2$ から外力負荷時 $8.33\text{kg/mm}^2$ に増加することがわかります。

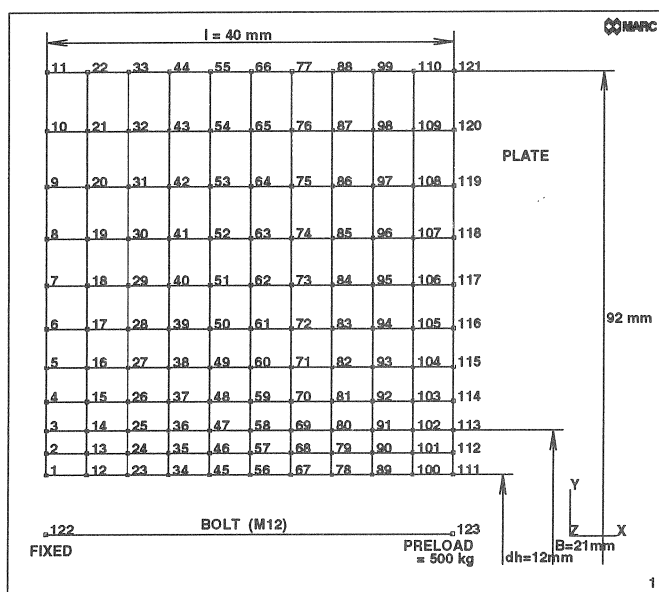


Fig. 1-3 解析モデル

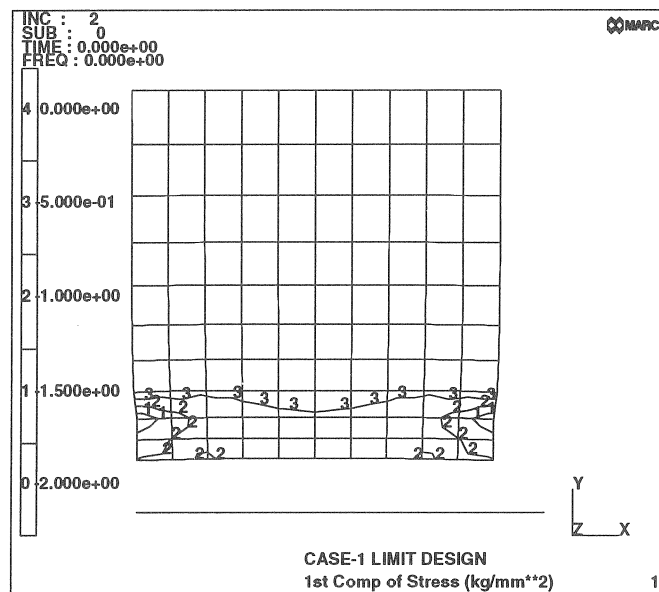


Fig. 1-4 変形図

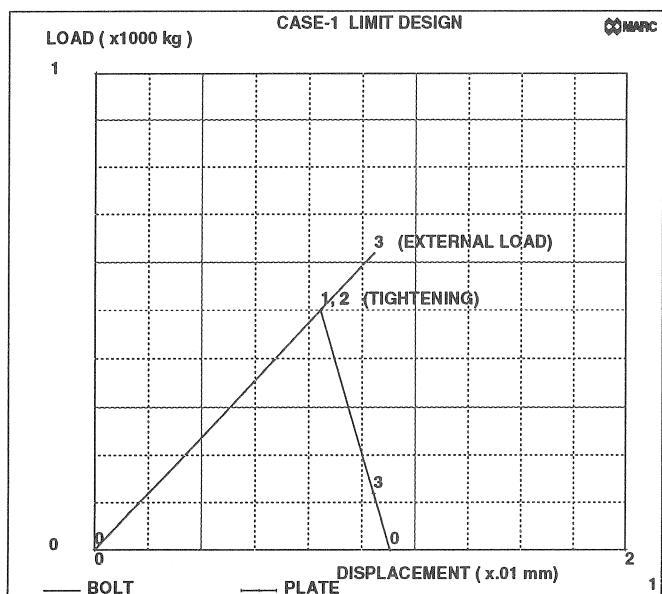


Fig. 1-5 ボルトの締付と外力の負荷

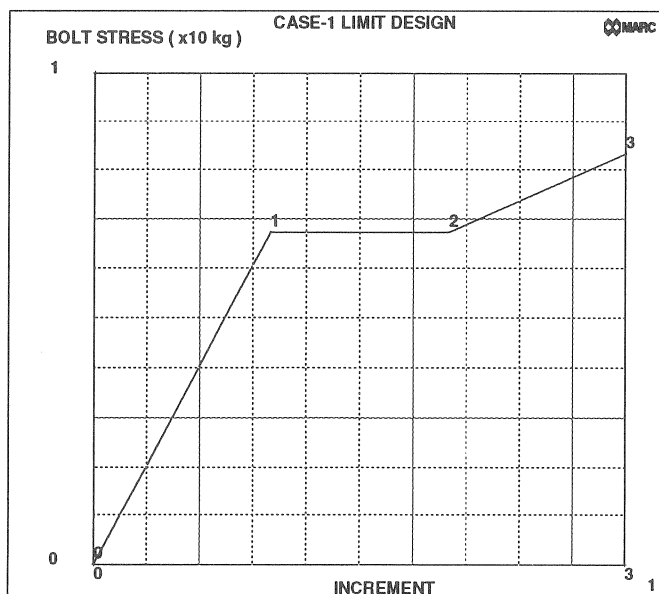


Fig. 1-6 ボルトの引張応力

# 【特集 2】ボルトの緩み防止設計

## 2.1 ボルトの緩みの考え方

ボルトには破損に対する強度的な健全性が要求される以外に、例えば内部の流体が漏洩しないというような機能面での健全性が要求されます。すなわち初期締付力が緩まずに保存されることが必要です。外力によってボルトが降伏するようなことは論外ですが、それ以外に座面のへたり、熱やクリープによる中間物の収縮といった問題は、実用面では非常に困難な課題です。ここでは先の締付け線図の考え方をういて緩みを扱った例を示します。

先と同じ問題において、中間物である板に0.005mmのへたりを生じたと考え、締付力の減少を検討します。まず、初期締付力 $Q_0$ によってボルトが $\lambda_{b,0}$ だけ伸び、板が $\lambda_{p,0}$ だけ縮んでいるとします。この状態はFig. 2-1の点Aで表されます。

板に $\lambda$ のへたりが生じるということは、板の弾性縮みとボルトの弾性伸びとの和が $\lambda$ だけ減少することを意味し、ボルトの締付力は $Q$ に低下します。この状態は図のB点で表されます。すなわち

$$Q = Q_0 - P_b, \quad k_b \lambda_b = k_p \lambda_p \quad \dots \dots (10)$$

$$Q = Q_0 - \frac{k_b}{k_b + k_p} P, \quad (\lambda_{b,0} + \lambda_{p,0}) - (\lambda_b + \lambda_p) = \lambda \quad \dots \dots (11)$$

$$Q = Q_0 - \frac{k_b}{k_b + k_p} k_p \lambda \quad \dots \dots (12)$$

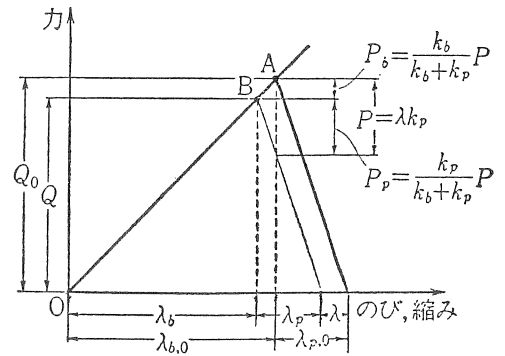


Fig. 2-1 締付力の低下

ボルトのばね定数 $k_b$ は先の例と同じで、 $k_b = 59300$  [kg/mm] 一方、中間物のばね定数も $k_p = 190000$ kg/mm とすると、初期締付力 $Q_0 = 500$ kg は次の $Q$ の値まで低下します。

$$Q = 500 - \frac{59300 \times 190000}{59300 + 190000} 0.005 = 274 \text{ [kg]} \quad \dots \dots (13)$$

## 2.2 FEMによる解析

締付部のへたりは種々の要因で発生しますが、ここではボルトと板に熱膨張差がある問題を考えましょう。実際の設計でも、金属と樹脂を共用しているような締付部では、両者の熱膨張係数は約10倍も異なるので、トラブルを生ずることは稀ではありません。

ここではボルトが板よりも $1 \times 10^{-5}$ だけ熱膨張係数が大きいと仮定し、両者に同じ温度上昇を与えました。モデルの軸方向寸法は10mmであるので、12.5℃の昇温を与えると、 $1 \times 10^{-5} \times 12.5 \times 40 = 0.005$ mm だけボルトが余計に伸びることになります。これは理論解で板に0.005mmのへたりが生ずるとした仮定と等価です。

Fig. 2-2は得られた締付線図です。Inc. 2の締付までは前問と同じ解析であり、Inc. 3で熱膨張を与えました。理論解にあるように、ボルトの締付力は500kgから274kgに減少することがわかります。

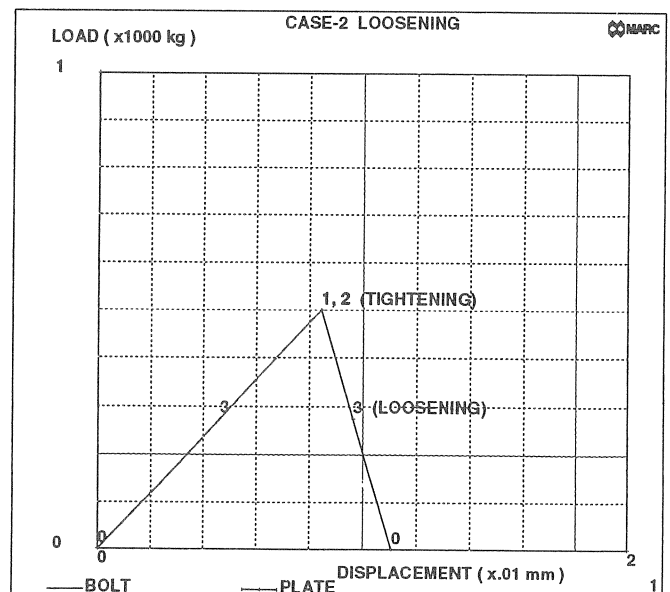


Fig. 2-2 ボルトの締付と緩み

\* 吉沢、機械要素設計、裳華房、1977.より引用させて頂きました。

\*\* MARCは日本マーク株式会社殿の製品です。